
Übung zur Vorlesung
Numerische Analysis
SoSe 2017 — Blatt 10

Abgabe: Do. 13. Juli 2017, vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (Lösung von Differenzengleichungen) (4 Punkte)

Sei eine homogene Differenzengleichung (DG_k) gegeben. Definiere $v^{(j)} := E^{-j-1}u$, wobei u die $k-1$ Basislösung von $\rho(E)u = 0$ ist. D.h. $u_n = \delta_{n,k-1}$ für $n < k$. Weiter sei $e_n^{(j)} = \delta_{jn}$. Zeigen Sie, dass dann

$$\rho(E)v^{(j)} = e^{(j)}$$

für alle $j \in \mathbb{N}_0$ gilt.

Aufgabe 2 (BDF Verfahren) (4 Punkte)

Sei $f \in \mathcal{C}^k(S)$. Zeigen Sie, dass dann das BDF-k Verfahren die Konsistenzordnung $p = k$ bei hinreichend konsistenten Startwerten hat.

Aufgabe 3 (Konstruktion von MSV) (4 Punkte)

Sei $\mathcal{I}_h = \{ih \mid i = 1, \dots, n\}$ ein äquidistantes Gitter.

- (a) Berechnen Sie die Darstellung des Interpolations-Polynom π_{i-3} vom Grad $m = 3$ auf \mathcal{I}_h auf x_{i-3}, \dots, x_i .
- (b) Verwenden Sie π_{i-3} um das zugehörige Adams-Bashforth Verfahren zu konstruieren.
- (c) Verwenden Sie π_{i-3} um das zugehörige implizite BDF-k Verfahren zu konstruieren.

Aufgabe 4 (Mehrschrittverfahren) (4 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, welches das BDF-k Verfahren mit $k = 2$ und $q = 1$ zur Lösung eines Anfangswertproblems $y' = f(y), y(x_0) = y_0$ realisiert. Testen Sie Ihr Programm mit $f(x, y) = \frac{\cos(x)}{4y^3}$ auf dem Intervall $I = [0, 4]$ mit $y(0) = 1$ bei Schrittweiten $h = 2^{-n}, n = 1, \dots, 10$. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit Runge-Kutta Verfahren der Ordnungen 1, 2, 3, 4 und bestimmen Sie jeweils die experimentelle Konvergenzordnung dieses BDF-k Verfahrens.

Nutzen Sie das explizite Euler-Verfahren für die Initialisierung der Startwerte.

Erinnerung: Die experimentelle Konvergenzordnung ist definiert durch

$$EOC(e_{h_1} \rightarrow e_{h_2}) = \frac{\log\left(\frac{e_{h_1}}{e_{h_2}}\right)}{\log \frac{h_1}{h_2}}$$

Die Abgabe der Programmieraufgabe erfolgt über eine E-mail an `thomasbuddenkotte@freenet.de`.

Möchten Sie eine schriftlich Korrektur Ihrer Programmieraufgabe, werfen Sie den ausgedruckten Quellcode bitte in Briefkasten 102 und besuchen Sie die Programmierübung. Die Abgabe der Theorieaufgaben werfen Sie bitte wie üblich in den Briefkasten Ihres Übungsgruppenleiters.

Achtung: Achten Sie darauf, Ihre Programme ordentlich zu formatieren und gut zu kommentieren. Die Form wird mit in die Bewertung eingehen.