
Übung zur Vorlesung
Numerische Analysis
SoSe 2017 — Blatt 2

Abgabe: Do. 11. Mai 2017, vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (Dividierte Differenzen)

(4 Punkte)

Sei $f \in C^0(a, b)$, $x_0, \dots, x_n \in (a, b)$ paarweise verschieden und t fest gewählt mit $t \neq x_k \forall k = 0, \dots, n$. Weiter sei p das Interpolationspolynom von f an den Stützstellen x_0, \dots, x_n . Zeigen Sie:

(a)

$$f(t) - p(t) = f[x_0, \dots, x_n, t] \prod_{j=0}^n (t - x_j)$$

(b) Ist $f \in C^n(a, b)$, so existiert ein $\xi \in (a, b)$ mit

$$f[x_0, \dots, x_n] = \frac{1}{n!} f^{(n)}(\xi).$$

Aufgabe 2 (Neville-Schema)

(4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie eine Näherung von $\sqrt{2}$ indem Sie mit dem Neville Schema das Interpolationspolynom zu den Stützstellen

$$\begin{array}{c|ccc} x_i & 1 & 4 & 9 \\ \hline f_i & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

an der Stelle $x = 2$ auswerten.

(b) Schreiben Sie das Neville-Schema als Pseudocode.

Aufgabe 3 (Kondition und Stabilität)

(4 Punkte)

Die Ausdrücke

$$a(x) = \frac{1-x}{1+2x} - \frac{1-2x}{1+x} \qquad b(x) = \frac{3x^2}{(1+2x)(1+x)}$$

stellen für $x > 0$ die selbe Funktion $f(x)$ dar.

(a) Berechnen Sie die Kondition von f für $0 < |x| \ll 1$

(b) Wie würde man bei der praktischen Auswertung von $f(x)$ für $0 < |x| \ll 1$ zur Gewährleistung guter numerischer Stabilität vorgehen.

Aufgabe 4 (Programmieraufgabe)

(4 Punkte)

Es gibt verschiedene Vorgehensweisen dividierte Differenzen zu implementieren. Auf der Homepage ist ein Python Skript bereit gestellt. Implementieren Sie die Funktionen `div_diff_tableau` mit dem Algorithmus aus der Vorlesung und `div_diff_recursive` mit einem rekursiven Algorithmus. Verwenden Sie die Variablen `counter_recursive` und `counter_tableau` um die Anwendungen der Formel (ii) aus Satz 1.12 zu zählen. Testen Sie Ihr Programm und erhöhen Sie die Anzahl der Stützstellen. Was fällt Ihnen auf?

Bonusaufgabe: Berechnen Sie die Komplexität der beiden Algorithmen.

(2 Punkte)

Die Abgabe der Programmieraufgabe erfolgt über eine E-mail an `thomasbuddenkotte@freenet.de`. Möchten Sie eine schriftlich Korrektur Ihrer Programmieraufgabe, werfen Sie den ausgedruckten Quellcode bitte in Briefkasten 102 und besuchen Sie die Programmierübung. Die Abgabe der Theorieaufgaben werfen Sie bitte wie üblich in den Briefkasten Ihres Übungsgruppenleiters.

Achtung: Achten Sie darauf, Ihre Programme ordentlich zu formatieren und gut zu kommentieren. Die Form wird mit in die Bewertung eingehen.