

Übungen zur Numerischen Analysis

Übungsblatt 5, Abgabe: Montag, 26.05.2014, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: Kubische Splines (4 Punkte)

Berechnen Sie mit einer Methode Ihrer Wahl den kubischen Spline, der die Funktion $f(x) = x^4$ an den Stützstellen $-1, 0$ und 1 interpoliert. Wählen Sie als Knoten die Stützstellen und bestimmen Sie den Spline so, dass er zweimal stetig differenzierbar ist und die zweite Ableitung bei $x = \pm 1$ verschwindet.

Aufgabe 2: B-Splines (4 Punkte)

Sei $s_i, i \in \mathbb{Z}$, eine Knotenfolge mit $s_i < s_{i+1} \forall i \in \mathbb{Z}$.

- Zeigen Sie $\sum_{i \in \mathbb{Z}} B_{i,k}(t) = 1, \forall k \geq 1, t \in \mathbb{R}$,
- Rechnen Sie die quadratischen B-Splines der Ordnung 3 aus und zeigen Sie, dass sie stetig differenzierbar sind.
- Zeichnen Sie alle B-Splines der Ordnungen 1, 2 und 3 für die Knotenfolge 1,2,4,8.

Aufgabe 3: Numerische Integration (4 Punkte)

Lösen Sie das Integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ exakt, mit Trapezregel und mit Simpsonregel. Vergleichen Sie bei den Approximationen den Fehler zur exakten Lösung.

Aufgabe 4: (Programmieraufgabe, Abgabe: 19.05.2014, 12.00 Uhr) (4 Punkte)

Programmieren Sie in MATLAB die vier im Skriptum angegebenen Newton-Cotes Formeln (Trapez, Simpson, ...) und testen Sie diese an geeigneten Integralen.