

Übungen zur Numerischen Analysis

Übungsblatt 3, Abgabe: Montag, 05.05.2014, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: 2D Interpolation (4 Punkte)

Gegeben seien $x_0 = (0, 0), x_1 = (0, 1), x_2 = (1, 0), x_3 = (1, 1)$ sowie zugehörige Werte $y_0 = 0, y_1 = 0, y_2 = -1, y_3 = 1$.

1. Zeigen Sie, dass es kein lineares Polynom mit Werten y_i in den Stützstellen x_i geben kann.
2. Bestimmen Sie ein bilineares Polynom der Form $p(s, t) = as + bt + cst + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, das die Werte y_i in den Stützstellen x_i annimmt.
3. Interpolieren Sie den Wert an der Stelle $(0.5, 0.5)$.

Aufgabe 2: 2D Fouriertransformation (4 Punkte)

Die diskrete Fouriertransformation eines $(n_1 \times n_2)$ -Bildes y ist erklärt durch

$$\hat{y}_k = \sum_{j_1=0}^{n_1-1} \sum_{j_2=0}^{n_2-1} y_{j_1, j_2} \cdot \omega_{n_1}^{k_1, j_1} \omega_{n_2}^{k_2, j_2},$$

mit $\omega_n = \exp(-2\pi i/n)$ für $k_1 = 0, \dots, n_1 - 1$ und $k_2 = 0, \dots, n_2 - 1$ und $k = (k_1, k_2)$

1. Berechnen Sie die inverse Fouriertransformation.
2. Leiten Sie eine Formel zur Berechnung der Fouriertransformation einer Delta-Distribution, d.h.

$$y \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}, y_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{für } j = j_0, k = k_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

her.

Aufgabe 3: (Programmieraufgabe, Abgabe: 12.05.2014, 12.00 Uhr) (4 Punkte)

Machen Sie sich mit den MATLAB-Funktionen *fft* und *ifft* zur schnellen Fouriertransformation vertraut. Berechnen Sie nun die Fouriertransformation einer Sinuskurve und eines Bildes.

Schreiben Sie nun eine MATLAB-Funktion zur schnellen Faltung mit Hilfe des Faltungsatzes und testen Sie diese an der Faltung des Bildes mit einem 2-dimensionalen Gauß-Filter.

Hinweise:

- Bilder können mit $image = im2double(imread('cameraman.tif'))$; eingelesen werden
- Ein Gauß-Filter lässt sich mit $filter = fspecial('gaussian', 5, 2)$; erzeugen
- Bilder können mit *imshow(image)*; angezeigt werden