

## Übungen zur Numerischen Analysis

Übungsblatt 3, Abgabe: Montag, 05.05.2014, 12.00 Uhr

**Aufgabe 1: 2D Interpolation** (4 Punkte)

Gegeben seien  $x_0 = (0, 0)$ ,  $x_1 = (0, 1)$ ,  $x_2 = (1, 0)$ ,  $x_3 = (1, 1)$  sowie zugehörige Werte  $y_0 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = -1$ ,  $y_3 = 1$ .

1. Zeigen sie, dass es kein lineares Polynom mit Werten  $y_i$  in den Stützstellen  $x_i$  geben kann.
2. Bestimmen Sie ein bilineares Polynom der Form  $p(s, t) = as + bt + cst + d$  mit  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , das die Werte  $y_i$  in den Stützstellen  $x_i$  annimmt.
3. Interpolieren Sie den Wert an der Stelle  $(0.5, 0.5)$ .

**Aufgabe 2: 2D Fouriertransformation** (4 Punkte)

Die diskrete Fouriertransformation eines  $(n_1 \times n_2)$ -Bildes  $y$  ist erklärt durch

$$\hat{y}_k = \sum_{j_1=0}^{n_1-1} \sum_{j_2=0}^{n_2-1} y_{j_1, j_2} \cdot \omega_{n_1}^{k_1 j_1} \omega_{n_2}^{k_2 j_2},$$

mit  $\omega_n = \exp(-2\pi i/n)$  für  $k_1 = 0, \dots, n_1 - 1$  und  $k_2 = 0, \dots, n_2 - 1$  und  $k = (k_1, k_2)$

1. Berechnen Sie die inverse Fouriertransformation.
2. Leiten Sie eine Formel zur Berechnung der Fouriertransformation einer Delta-Distribution, d.h.

$$y \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}, y_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{für } j = j_0, k = k_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

her.

**Aufgabe 3: (Programmieraufgabe, Abgabe: 12.05.2014, 12.00 Uhr)** (4 Punkte)

Machen Sie sich mit den MATLAB-Funktionen *fft* und *ifft* zur schnellen Fouriertransformation vertraut. Berechnen Sie nun die Fouriertransformation einer Sinuskurve und eines Bildes.

Schreiben Sie nun eine MATLAB-Funktion zur schnellen Faltung mit Hilfe des Faltungssatzes und testen Sie diese an der Faltung des Bildes mit einem 2-dimensionalen Gauß-Filter.

**Hinweise:**

- Bilder können mit `image = im2double(imread('cameraman.tif'))`; eingelesen werden
- Ein Gauß-Filter lässt sich mit `filter = fspecial('gaussian', 5, 2)`; erzeugen
- Bilder können mit `imshow(image)`; angezeigt werden