

Übungen zur Vorlesung Numerische Analysis

Übungsblatt 1, Abgabe: Montag, 15.04.13, 12.00 Uhr

Übungstermine:

Gruppe 1:	Do.	10 - 12 Uhr	SR1B
Gruppe 2:	Do.	16 - 18 Uhr	N1
Gruppe 3:	Fr.	08 - 10 Uhr	N1
Gruppe 4:	Fr.	10 - 12 Uhr	N1
Gruppe 5:	Fr.	12 - 14 Uhr	N1

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Sei $p \in P_3$ das Polynom, das die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ an den Stützpunkten $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = 9$ interpoliert.

- Bestimmen Sie p mit der Formel von Lagrange.
- Bestimmen Sie p mit der Newtonschen Interpolationsformel.
- Das Polynom $p_2 \in P_2$ interpoliere $f(x) = \sqrt{x}$ in den Knoten 1,2,3. Geben Sie eine Abschätzung für den Interpolationsfehler im Intervall $[1, 3]$.
- Zeichnen Sie f, p, p_2 in ein Diagramm ein.

Aufgabe 2: (2 Punkte)

Sei $p \in P_2$ das Interpolationspolynom zu gegebenen Stützwerten

x_j	-1	0	2
f_j	-2	-3	1

mit $p(x_j) = f_j, j = 0, 1, 2$. Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Neville zu $x = 1$ den Wert $p(x)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Gegeben seien die Stützwerte $x_0 < x_1 < \dots < x_m$ und Werte $f_i^{(k)}$ für $i = 0, \dots, m, k = 0, \dots, n_i - 1$. Das Hermite Interpolationsproblem bezüglich der Daten besteht darin, ein Polynom $p \in P_n$ mit $n = \sum_{i=0}^m n_i - 1$ zu finden mit

$$p^{(k)}(x_i) = f_i^{(k)}, i = 0, \dots, m, k = 0, \dots, n_i - 1.$$

Zeigen Sie, dass die Aufgabe eindeutig lösbar ist.

Aufgabe 4 (Programmieraufgabe): (4 Punkte)

- Programmieren Sie eine Matlab-Routine für das Hermite Interpolationsproblem.
- Wenden Sie Ihr Programm aus (a) auf folgendes Beispiel an und geben Sie das berechnete Polynom aus:

$$f(1) = -5; f'(1) = -13; f''(1) = -16; f'''(1) = 24; f(2) = -16; f'(2) = 8.$$