

Übungen zur Vorlesung Numerische Analysis

Übungsblatt 6 , Abgabe: Fr, 18.05.2012, 10.00 Uhr

Aufgabe 1: (Interpolationsquadratur)

(4 Punkte)

Geben sie die Interpolationsquadraturformeln auf $C([a, b])$ für die Gewichtsfunktion $\omega = 1$ zu den Stützstellen:

$$x_j = a + (j + 1)h, \quad 0 \leq j \leq n, \quad h = \frac{b - a}{n + 2},$$

mit $n = 1, 2$ an.

Aufgabe 2: (Fehlerdarstellung für die Simpson-Regel)

(4 Punkte)

Sei $f \in C^4([a, b])$ und $a < b$. Sei $S(f)$ die Simpson-Regel zur Approximation von $I(f) = \int_a^b f(x)dx$. Zeigen Sie, dass die folgende Fehlerdarstellung für ein $\xi \in [a, b]$ gilt:

$$I(f) - S(f) = \frac{(b - a)^5}{2880} f^{(4)}(\xi).$$

Aufgabe 3: (Zusammengesetzte Trapezregel und Simpson-Regel)

(4 Punkte)

- i) Berechnen Sie mithilfe der Trapezregel $J_1 = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ bei $N = 10$ äquidistanten Grobgitterstützstellen.
- ii) Berechnen Sie mithilfe der Simpson-Regel $J_2 = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ bei $N = 10$ äquidistanten Grobgitterstützstellen.

Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)

(4 Punkte)

Implementieren Sie die zusammengesetzte Simpson-Regel, welche wie folgt definiert ist:

$$S_h(f) = \frac{h}{3} (f(a) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} f(x_{2i}) + 4 \sum_{j=1}^N f(x_{2j-1}) + f(b))$$

und testen Sie ihr Programm durch Berechnung von $Si(1) = \int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$ für $N = 4, 16, 64, 1024, 65536$.