

## Übungen zur Vorlesung Numerische Analysis

Übungsblatt 2 , Abgabe: Do, 19.04.2012, 10.00 Uhr

**Aufgabe 1: (Neville Schema)**

(4 Punkte)

Berechnen sie  $\sqrt{5}$  mithilfe der Polynominterpolation. Dazu seien die Datenpunkte  $(1, 1)$ ,  $(4, 2)$  und  $(9, 3)$  gegeben.

- Bestimmen Sie dazu die Koeffizienten des Interpolationspolynom durch dividierte Differenzen und werten Sie das Polynom an der Stelle  $x = 5$  aus.
- Nehmen Sie einen weiteren Datenpunkt  $(16, 4)$  hinzu und bestimmen wiederum das Interpolationspolynom und vergleichen Sie den Wert bei  $x = 5$  mit dem aus a).

**Aufgabe 2: (Polynominterpolation in 2D)**

(4 Punkte)

Gegeben seien  $x_0 = (0, 0)$ ,  $x_1 = (0, 1)$ ,  $x_2 = (1, 0)$ ,  $x_3 = (1, 1)$  sowie zugehörige Werte  $y_0 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = -1$ ,  $y_3 = 1$ .

- Zeigen Sie dass es kein lineares Polynom mit Werten  $y_i$  in den Stützstellen  $x_i$  geben kann.
- Bestimmen Sie ein bilineares Polynom das die Werte  $y_i$  in den Stützstellen  $x_i$  annimmt.
- Zeigen Sie die Eindeutigkeit des in b) bestimmten Polynoms.

**Aufgabe 3: (Richardson Extrapolation)**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie eine Näherung für die Ableitung der Funktion  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  bei  $x = 0$  mit gegebener Folge  $x_k = 2^{-k}$ . Nutzen Sie dazu die Richardson Extrapolation. Hinweis: Wählen Sie  $a(x) = \frac{f(x) - f(-2x)}{3x}$ .

**Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)**

(4 Punkte)

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `npi(m)` zur Polynominterpolation, welches die Newtonsche Interpolationsformel benutzt. Beachten Sie hierbei:

- Die Funktion bekommt als Argumente zwei Vektoren gleicher Länge.
- Ausgabewert soll ein Vektor von Polynomkoeffizienten sein.
- Testen Sie die Funktion mit folgenden Stützstellen:

<b>x</b>	-4	-3	-2	-1	0	1	3	5
<b>y</b>	3	1	2	4	5	3	1	6

- Plotten Sie die interpolierten Polynome sowie die zugehörigen Stützstellen.