

Übungen zur Vorlesung Numerische Analysis

Übungsblatt 2 , Abgabe: Do, 19.04.2012, 10.00 Uhr

Aufgabe 1: (Neville Schema)

(4 Punkte)

Berechnen sie $\sqrt{5}$ mithilfe der Polynominterpolation. Dazu seien die Datenpunkte $(1, 1), (4, 2)$ und $(9, 3)$ gegeben.

- Bestimmen Sie dazu die Koeffizienten des Interpolationspolynom durch dividierte Differenzen und werten Sie das Polynom an der Stelle $x = 5$ aus.
- Nehmen Sie einen weiteren Datenpunkt $(16, 4)$ hinzu und bestimmen wiederum das Interpolationspolynom und vergleichen Sie den Wert bei $x = 5$ mit dem aus a).

Aufgabe 2: (Polynominterpolation in 2D)

(4 Punkte)

Gegeben seien $x_0 = (0, 0)$, $x_1 = (0, 1)$, $x_2 = (1, 0)$, $x_3 = (1, 1)$ sowie zugehörige Werte $y_0 = 0$, $y_1 = 0$, $y_2 = -1$, $y_3 = 1$.

- Zeigen Sie, dass es kein lineares Polynom mit Werten y_i in den Stützstellen x_i geben kann.
- Bestimmen Sie ein bilineares Polynom, das die Werte y_i in den Stützstellen x_i annimmt.
- Zeigen Sie die Eindeutigkeit des in b) bestimmten Polynoms.

Aufgabe 3: (Richardson Extrapolation)

(4 Punkte)

Bestimmen Sie eine Näherung für die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ bei $x = 0$ mit gegebener Folge $x_k = 2^{-k}$. Nutzen Sie dazu die Richardson Extrapolation. Hinweis: Wählen Sie $a(x) = \frac{f(x) - f(-2x)}{3x}$.**Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)**

(4 Punkte)

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `npi.m` zur Polynominterpolation, welches die Newtonsche Interpolationsformel benutzt. Beachten Sie hierbei:

- Die Funktion bekommt als Argumente zwei Vektoren gleicher Länge.
- Ausgabewert soll ein Vektor von Polynomkoeffizienten sein.
- Testen Sie die Funktion mit folgenden Stützstellen:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	3	5
y	3	1	2	4	5	3	1	6
- Plotten Sie die interpolierten Polynome sowie die zugehörigen Stützstellen.