

Übungen zur Vorlesung Numerische Analysis

Übungsblatt 1 , Abgabe: Do, 12.04.2012, 10.00 Uhr

Aufgabe 1: (Polynominterpolation)

(4 Punkte)

Seien $(x_j, y_j) \in \mathbb{R}^2$ $j = 0, 1, 2$ mit $y_1 < y_0$, $y_1 < y_2$, $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = h$.

- a) Zeigen Sie, dass das zugehörige Interpolationspolynom $p \in \mathbb{P}^2$ ein eindeutig bestimmtes Minimum im Punkt x_* hat. Geben Sie eine Formel für x_* an.
- b) Zeigen Sie, dass gilt $|x_1 - x_*| < \frac{h}{2}$.

Aufgabe 2: (Dividierte Differenzen)

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die dividierten Differenzen für:

$$(x_j, y_j) = (j, -1^j) \quad j = 0 \dots n$$

Aufgabe 3: (Hermite-Interpolation)

(4 Punkte)

Seien $x_1 < x_2 < x_3$ und $f \in C^4([x_1, x_3])$. Zeigen Sie:

- a) Es gibt genau ein Polynom vom Grad ≤ 3 mit der Eigenschaft:

$$p(x_i) = f(x_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad p'(x_2) = f'(x_2)$$

- b) Für alle $x_i \in [x_1, x_2, x_3]$ gilt die Fehlerabschätzung:

$$|f(x) - p(x)| \leq \frac{\|f^{(4)}\|_{\infty}}{4!} |(x - x_1)(x - x_2)^2(x - x_3)|$$

Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)

(4 Punkte)

Schreiben sie eine MATLAB-Funktion lpi(.m) zur Polynominterpolation welches die Lagrangeschen Interpolationsformel benutzt. Beachten Sie hierbei:

1. Die Funktion bekommt als Argumente zwei Vektoren gleicher Länge.
 2. Ausgabewert soll ein Vektor von Polynomkoeffizienten sein.
 3. Vektorisieren Sie an entsprechenden Stellen.
 4. Testen Sie die Funktion mit folgenden Stützstellen:
- | | | | | |
|--------------|---|---|---|--|
| \mathbf{x} | 0 | 5 | 8 | |
| \mathbf{y} | 2 | 3 | 8 | |
5. Plotten Sie die interpolierten Polynome sowie die zugehörigen Datenpunkte.

Desweiteren ist für alle Programmieraufgaben zubeachten:

1. Jede Funktion hat einen Kommentarkopf, in dem die Autoren genannt werden, sowie eine Beschreibung der Parameter und Rückgabewerte der Funktion!
2. Zu jeder Funktion gibt es ein Skript mit dem Namensschema bXaY.m, am Beispiel dieser Programmieraufgabe: b1a4.m in welchem die entsprechende Funktionen, hier: lpi(.m), getestet werden!
3. Sonderzeichen jeglicher Art (zB ä, ö, ü) sind in Datei- und Funktionsnamen zu vermeiden!
4. Unnötige Ausgaben sind mit ; zu unterdrücken!
5. Funktionen sollen keine Benutzerinteraktion erfordern!