



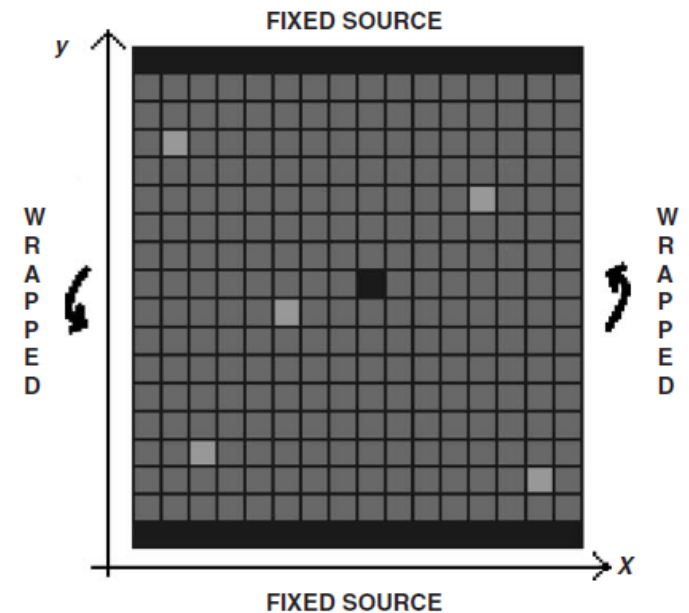
WESTFÄLISCHE
WILHELMS-UNIVERSITÄT
MÜNSTER

Modellierung von Tumorwachstum

Zwischenpräsentation – Änderung der Nährstoffkonzentration modelliert
durch partielle Differentialgleichungen

Biologisches

- Tumorwachstum ohne Gefäßversorgung
- Versorgung durch Diffusion der Nährstoffe aus Blutgefäßen
- Wachstumsverhalten des Tumors von der Nährstoffversorgung abhängig



Quelle: Mallet, D. G., De Pillis, L. G. "A cellular automata model of tumor – immune system interactions.", J. Theor. Biol. 239, 334–350 (2006).

Modellierung

Diffusionsgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u - Fu$$

u – Nährstoffkonzentration

D – Diffusionskoeffizient

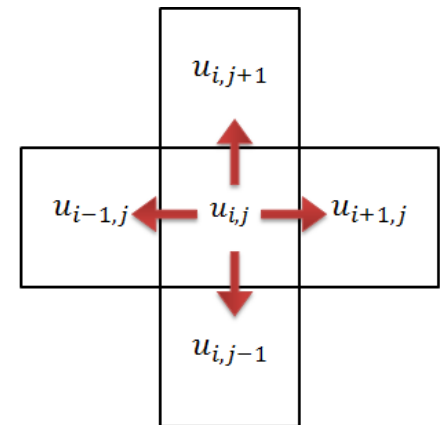
F – Nährstoffverbrauch der Zellen

Diskretisierung:

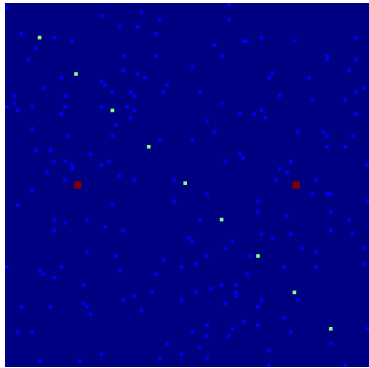
$$u_{i,j}^{(t)} = u(i \cdot \Delta x, j \cdot \Delta y, t \cdot \Delta t)$$

$$u^{(t+1)} = u^{(t)} + \Delta t \frac{\partial u^{(t+1)}}{\partial t}$$

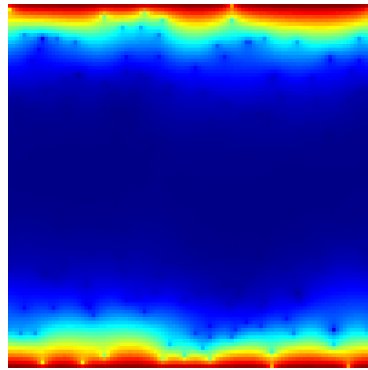
$$\Delta u = \partial_x^2 u + \partial_y^2 u \approx \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{(\Delta y)^2}$$



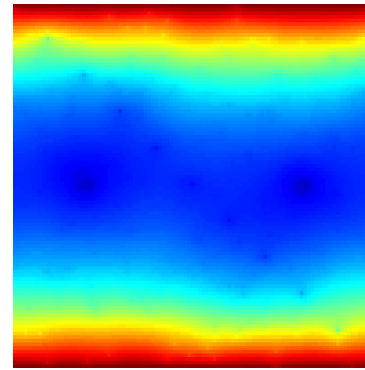
Stationäre Lösung: $0 = D \cdot \Delta u - F \cdot u$



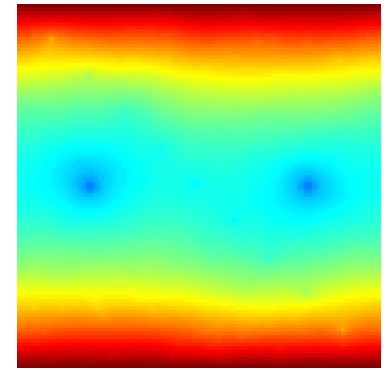
F-Matrix



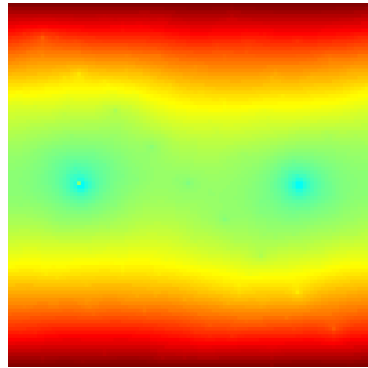
$D = 1$



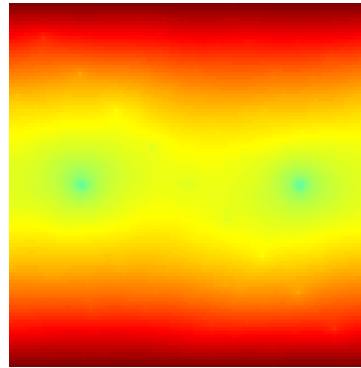
$D = 10$



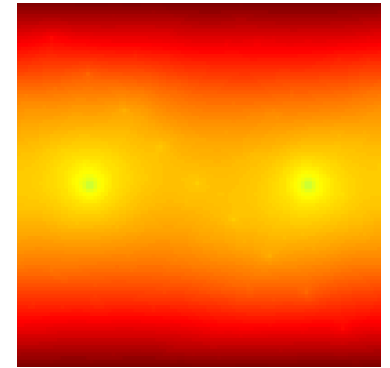
$D = 30$



$D = 50$



$D = 70$



$D = 100$

ADI - Verfahren

- Zeitschritt $u^{(t)} \rightarrow u^{(t+1)}$ in zwei Teilschritte aufteilen
 - Schritt $u^{(t)} \rightarrow u^{(t+\frac{1}{2})}$

$$u^{(t+\frac{1}{2})} = u^{(t)} + \frac{\Delta t}{2} \left[D \cdot \left(\underbrace{\partial_x^2 u^{(t+\frac{1}{2})}}_{\text{implizit}} + \underbrace{\partial_y^2 u^{(t)}}_{\text{explizit}} \right) - F \cdot u^{(t+\frac{1}{2})} \right]$$

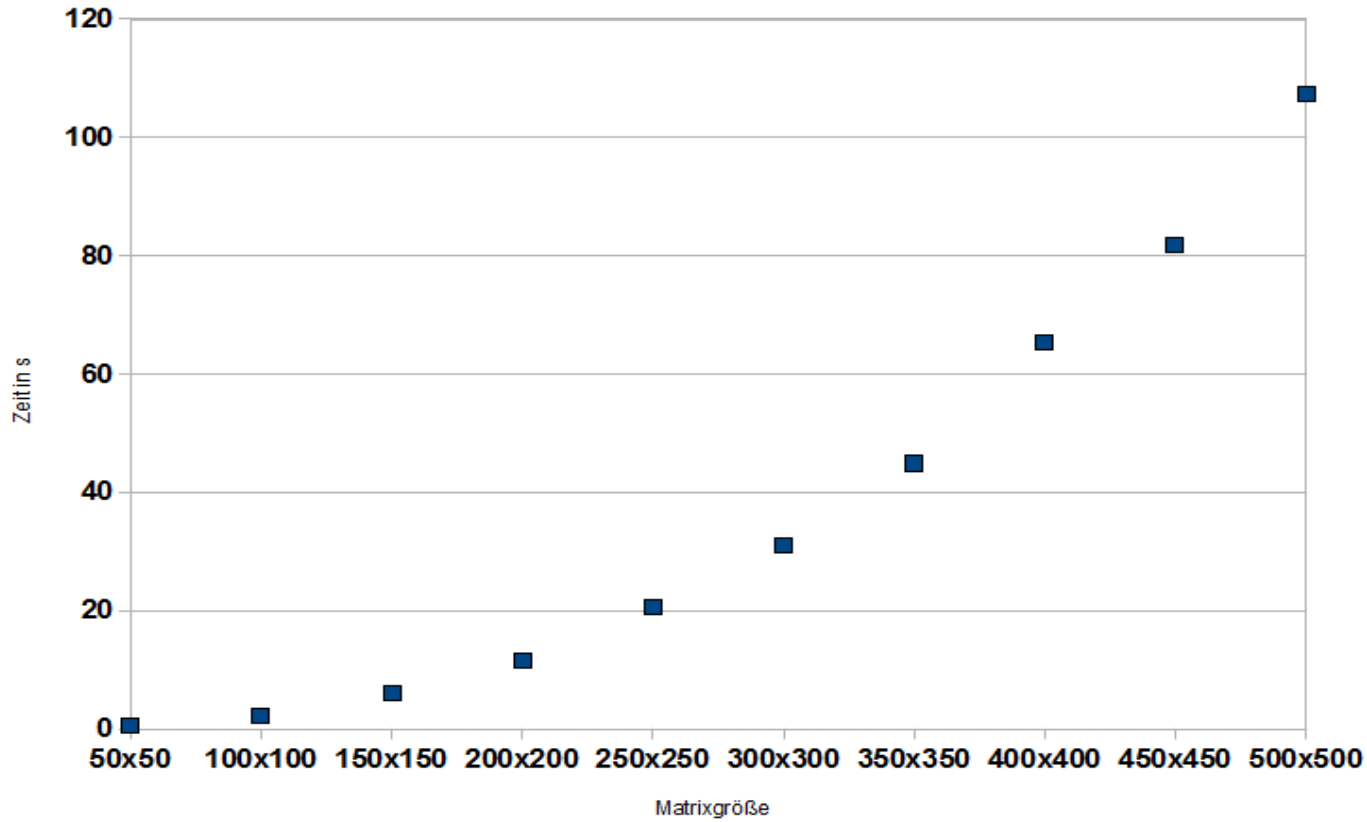
- Schritt $u^{(t+\frac{1}{2})} \rightarrow u^{(t+1)}$

$$u^{(t+1)} = u^{(t+\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t}{2} \left[D \cdot \left(\underbrace{\partial_x^2 u^{(t+\frac{1}{2})}}_{\text{explizit}} + \underbrace{\partial_y^2 u^{(t+1)}}_{\text{implizit}} \right) - F \cdot u^{(t+1)} \right]$$



Performance

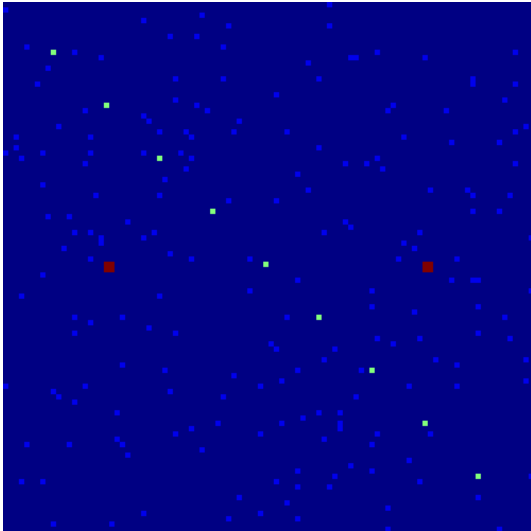
ADI Performance nach 100 Iterationen



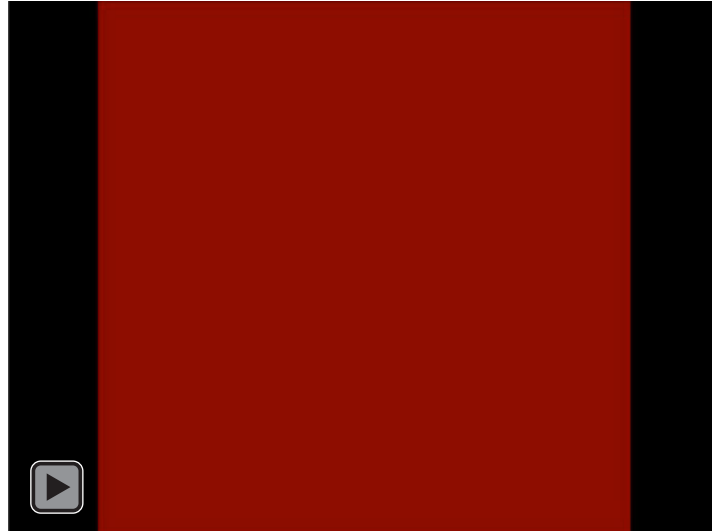


Beispiel 1

F-Matrix

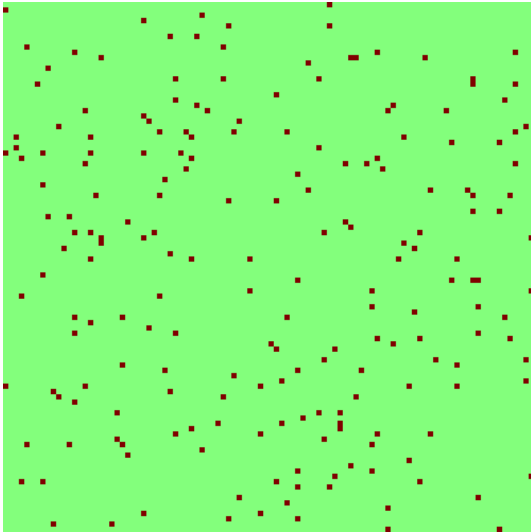


ADI- Verfahren (100 Iterationen)

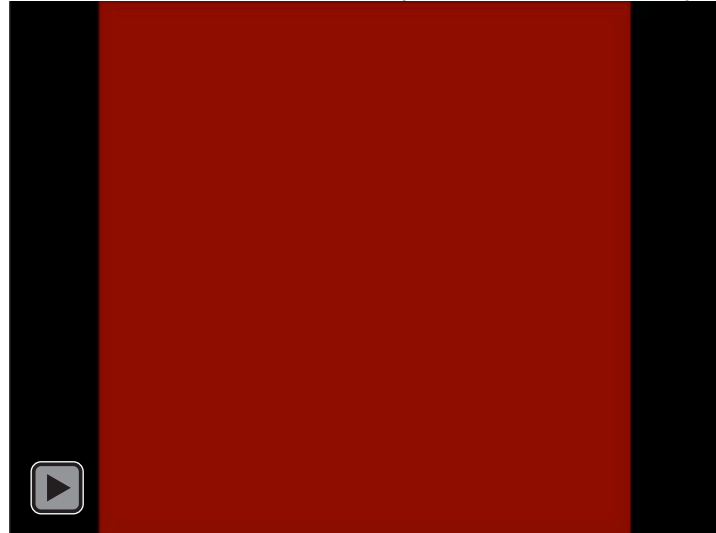


Beispiel 2

F-Matrix



ADI- Verfahren (40 Iterationen)





Ausblick

- Probleme an den Programmen beheben
- Zusammenfügen der Programme
- Eigene Ideen und Simulationen für verschiedene Parameter
 - Einfluss des Immunsystems
 - Einfluss des Nährstoffkonsums, etc.