Neuronendynamik

Friedrich Bach, Katharina Ritter, Felix Tabbert, Walter Tewes, Matthias Walther

WWU Münster

03.08.2012

Inhalt

Motivation

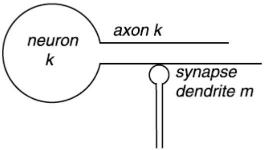
Biologischer Hintergrund

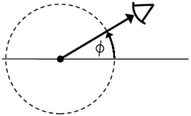
- Verständnis von kollektivem Verhalten von Neuronen
- stark vereinfachtes Model für die denritischen Ströme Ψ

Lighthouse Model

- Kopplung von vielen (N) Neuronen
- Beobachtung der Wechselwirkungen
- Strukturbildung beobachten: *bumps*

Lighthouse Model





- angeregte Neuronen feuern mit einer der Anregung entsprechenden Frequenz (*pulse train*)
- Anregung von Neuronen durch Kopplung und externe Anregung
- mathematisches Model für die eingehenden dendritischen Ströme
  - Einführung einer Hilfsgröße: Phase Φ eines Neurons

Lighthouse Model – 2 Neuronen

Dynamik im neuronalen Netz lässt sich reduzieren auf:

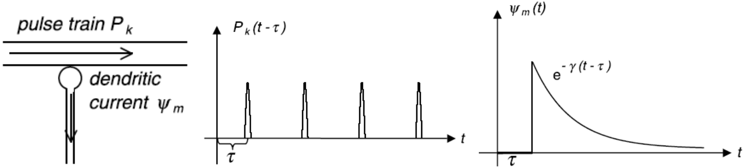
- Dendritischer Strom

$$\dot{\Psi}_1(t) = aP_2(t) - \gamma\Psi_1(t)$$

mit $P(t) = f(\Phi(t)) = \sum_\nu \delta(\Phi(t) - 2\pi\nu)\dot{\Phi}(t_\nu)$

- Phase

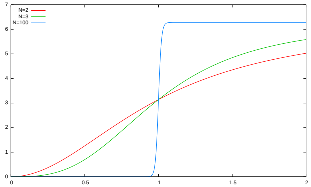
$$\dot{\Phi}_1(t) = \Psi_1(t) + p_{ext,1}(t)$$



[1]

Naka-Rushton-Relation

- verhindert, dass ein Neuron zu oft feuert
- Abhängigkeit: Pulse-Rate Neuron ↔ Input



$$S(P) = \frac{rP^N}{\Theta^N + P^N}$$

  - r: maximale Kreisfrequenz des Pulse-Trains. Der Puls soll auf ein ϵ-tel abgefallen sein, z.B. bei 2 Neuronen:

$$\tau = \frac{\log(\epsilon)}{\gamma}, \qquad r = 2\pi\tau$$

  - Für Phase gilt also

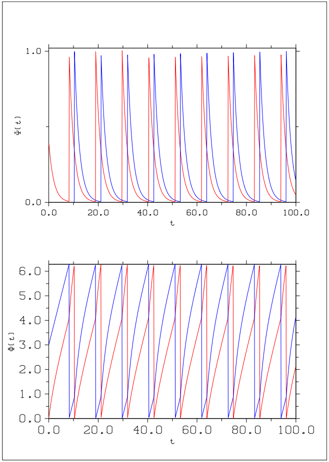
$$\dot{\Phi}_m = S\left(\Psi_m(t) + p_{ext,m}(t)\right)$$

  - Für das Sättingungsregime reicht auch: $S(P) = rH(P - \theta)$

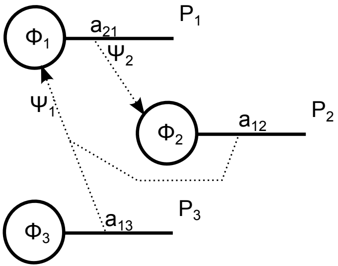
Phase locked state

- gleiche externe Anregung
- zufällige Anfangsbedingungen
- Synchronisation

- analytisch Berechenbar



N Neuronen



Lighthouse Model:

$$\dot{\Psi}_m(t) = \sum_k a_{mk} P_k(t) - \gamma \Psi_m(t)$$

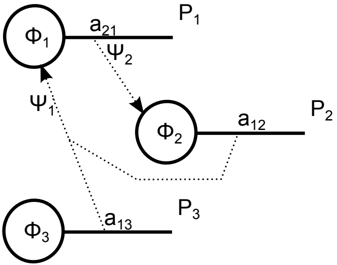
$$\dot{\Phi}_m(t) = S\left(\Psi_m(t) + p_{ext,m}(t)\right)$$

a_{mk} statische oder dynamische Kopplungsmatrix

Verschiedene Szenarien:

- lineare Kette und Ausbildung von Strukturen
  - *bumps*: räumlich lokalisierte Struktur, die sich zeitlich durch das Netz bewegt [4]
- lineare Kette mit verschiendenen Kopplungen → 2D Darstellung

N Neuronen



Lighthouse Model:

$$\dot{\Psi}_m(t) = \sum_k a_{mk} P_k(t) - \gamma \Psi_m(t)$$

$$\dot{\Phi}_m(t) = S\left(\Psi_m(t) + p_{ext,m}(t)\right)$$

a_{mk} statische oder dynamische Kopplungsmatrix

Verschiedene Szenarien:

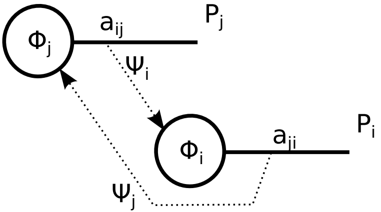
- lineare Kette und Ausbildung von Strukturen
  - *bumps*: räumlich lokalisierte Struktur, die sich zeitlich durch das Netz bewegt [4]
- lineare Kette mit verschiendenen Kopplungen → 2D Darstellung

Synaptische Plastizität

Lernen durch zeitabhängige Kopplungsmatrix $a_{ij}(t)$

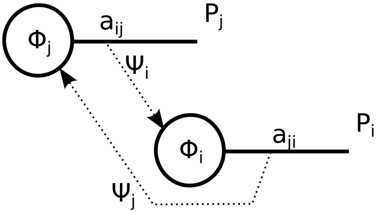
$$\dot{\Psi}_i(t) = \sum_j a_{ij} P_j(t) - \gamma \Psi_i(t)$$

- Kausales Feuern führt zur Verstärkung der synaptischen Verbindung
- Akausales Feuern schwächt die synaptische Verbindung



Mathematische Modellierung der Plastizität

- Kausales Feuern führt zur Verstärkung der synaptischen Verbindung
- Akausales Feuern schwächt die synaptische Verbindung

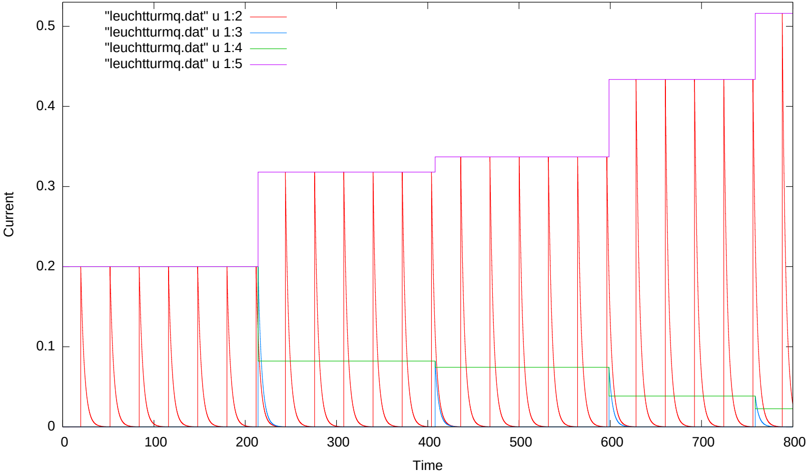


$$\dot{a}_{ij} = \Delta A_j P_i - r a_{ij} B_i P_j \qquad (1)$$

$$\dot{A}_j = u_A(1 - A_i)P_j - \frac{A_i}{\tau_A} \qquad (2)$$

$$\dot{B}_i = u_B(1 - B_j)P_i - \frac{B_i}{\tau_B} \qquad (3)$$

[2]


"leuchtturmq.dat" u 1:2
"leuchtturmq.dat" u 1:3
"leuchtturmq.dat" u 1:4
"leuchtturmq.dat" u 1:5
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
Current
0
100
200
300
400
500
600
700
800
Time

Bumps

Parameterwahl

- lineares Regime der NRR: $S(X) = X$
- lineare Kette, mit dem Abstand $\Delta_{ij} = |i - j|$ abfallende Kopplung $a_{ij} \propto \beta \exp(-\alpha \Delta_{ij})$
- keine externe Anregung $\mathbf{p}_{ext} = \mathbf{0}$, Anfangswerte $\mathbf{\Phi}(0) \in [0, 2\pi]^N$ und $\mathbf{\Psi}(0) \in [0, 2]^N$ zufällig gewählt

Numerik

- stark sensitiv auf Parameter a_{ij} bzw. α, β und γ
- Selbstorganisation im Bereich kritischer Parameter: System stirbt fast ab

Bumps

Parameterwahl

- lineares Regime der NRR: $S(X) = X$
- lineare Kette, mit dem Abstand $\Delta_{ij} = |i - j|$ abfallende Kopplung $a_{ij} \propto \beta \exp(-\alpha \Delta_{ij})$
- keine externe Anregung $\mathbf{p}_{ext} = \mathbf{0}$, Anfangswerte $\mathbf{\Phi}(0) \in [0, 2\pi]^N$ und $\mathbf{\Psi}(0) \in [0, 2]^N$ zufällig gewählt

Numerik

- stark sensitiv auf Parameter a_{ij} bzw. α, β und γ
- Selbstorganisation im Bereich kritischer Parameter: System stirbt fast ab

Bumps

abschluss_nn_bump.mp4

abschluss_nn_bump.mp4

N Neuronen mit Plastizität

- Strukturbildung in einem komplexen System
- System beherbergt noch mehr Parameter und reagiert sehr sensitiv auf Änderungen → System schwer verständlich
- NRR $S(X) = r \cdot H(X)$, ansonsten divergiert das System

Beispiel Bilderkennung

Ziel: Qualitatives Beobachten der Auswirkungen der Plastizität

- anfänglich Schwache Nächste Nachbar Kopplung
- externe Anregung lässt Netz die Information lernen und in der dynamischen Kopplungsmatrix speichern
- externe Anregung wird umgeschaltet
- max. $20 \times 20 = 400$ Neuronen in Echtzeit auf Laptop

N Neuronen mit Plastizität

- Strukturbildung in einem komplexen System
- System beherbergt noch mehr Parameter und reagiert sehr sensitiv auf Änderungen → System schwer verständlich
- NRR $S(X) = r \cdot H(X)$, ansonsten divergiert das System

Beispiel Bilderkennung

Ziel: Qualitatives Beobachten der Auswirkungen der Plastizität

- anfänglich Schwache Nächste Nachbar Kopplung
- externe Anregung lässt Netz die Information lernen und in der dynamischen Kopplungsmatrix speichern
- externe Anregung wird umgeschaltet
- max. $20 \times 20 = 400$ Neuronen in Echtzeit auf Laptop

N Neuronen mit Plastizität

abschluss_2d_niko.mp4

abschluss_2d_niko.mp4

Zusammenfassung & Ausblick

Zusammenfassung

- das Lighthouse Model wurde untersucht und implementiert
- Strukturbilding in Form von *bumps* konnte beobachtet werden
- die Auswirkungen der synaptischen Plastizität („Hebb'sche Lernregeln") konnte untersucht werden

Ausblick

- verfeinerte Parameterwahl, um *bumps* stabil zu bekommen
- Verständnis der *bumps* → Analytische Beschreibung durch mean field Ansatz
- Untersuchung der Plastizität und Findung der Parameter

Quellen

- Haken, H.: *Brain dynamics: an introduction to models and simulations.* Springer Verlag, 2008.
- Chen, C. and Jasnow, D.: *Phys. Rev. E* **81** 011907 (2010)
- `commons.wikimedia.org`
- Chow, C. and Coombes, S.: *Existence and wandering of bumps in a spiking neural network model*, 2006

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!