Neuronendynamik: Signaltransduktion bei Neuronen

Assja, Frank, Simon, Mara, Julia

Westfälische Wilhelms-Universität Münster

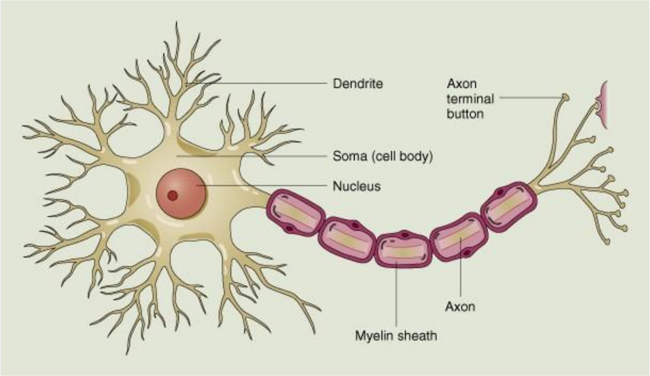
Interdisziplinäres Praktikum: Nichtlineare Modellierung in den Naturwissenschaften

3. August 2012

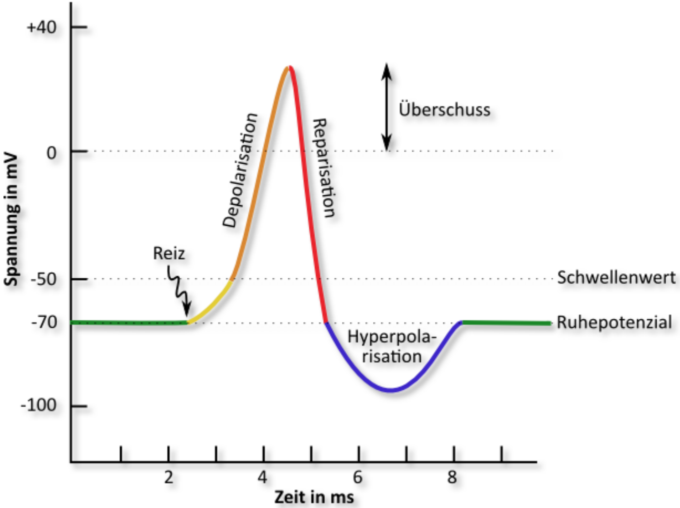
Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

Übersicht über den Vortrag

Biologischer Hintergrund



Quelle: http://suite101.com/article/the-characteristics-of-a-neuron-and-its-basic-functions-a365402



Quelle: http://51237776.de.strato-hosting.eu/biologie/bio13/neurobiologie/aktionspotenzial/aktionspotenzial.php

Das Hodgekin-Huxley-Modell

- berühmtes Modell zur Simulation von Neuronen

$$C\frac{dV}{dt} = g_{Na} m^3 h\,(V - V_{Na}) - g_K n^4 (V - V_K) - g_L (V - V_L) - I$$

mit

C	Membrankapazität
V	Membranpotential
g_{Na}, g_K, g_L	Leitfähigkeit von Natrium, Kalium
	und restlichen Ionen (Loss)
I	externer Strom
m, n, h	Gatingvariablen

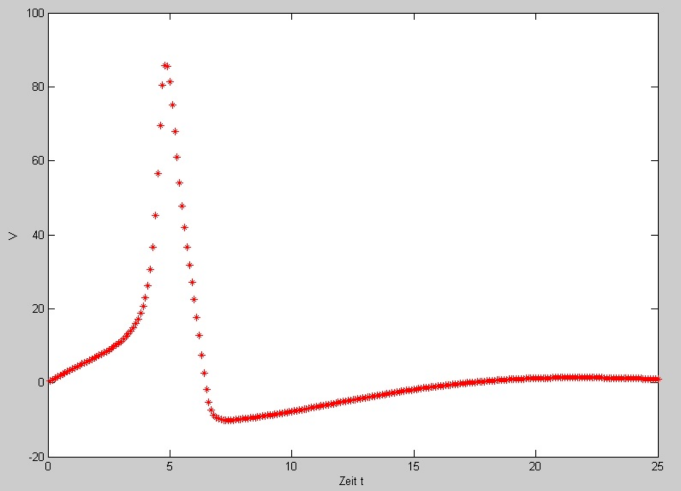
Das Hodgekin-Huxley-Modell

- für die Gatingvariablen gelten die folgenden Dynamiken:

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1-n) - \beta_n(V)n$$
$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1-m) - \beta_m(V)m$$
$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1-h) - \beta_h(V)h$$

- wobei $\alpha_i(V)$, $\beta_i(V)$ für $i = n, m, h$ exponentielle Funktionen sind, deren Parameter durch Experimente bestimmt werden

Numerische Simulation des Hodgkin-Huxley-Modells



Reduktion des Hodgkin-Huxley-Modells

- m steigt viel schneller als n und h
- $n + h \approx \text{const.}$
- weitere Annahmen an n führen zu dem Fitzhugh-Nagumo-Modell

Das Fitzhugh-Nagumo-Modell

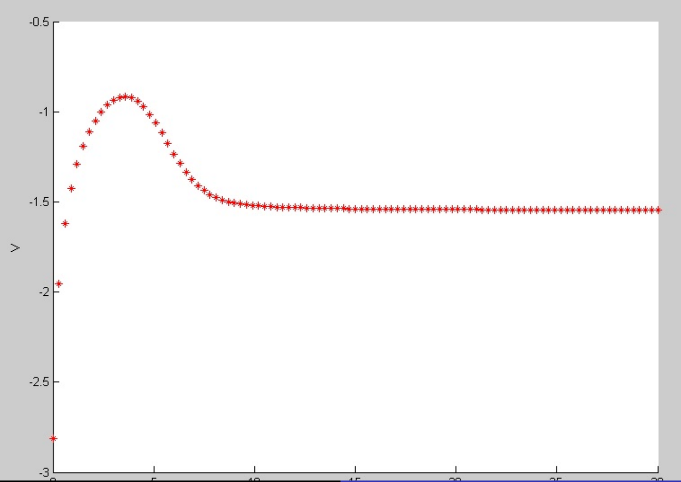
$$\frac{dv}{dt} = v - \frac{v^3}{3} - w - I$$
$$\frac{dw}{dt} = av - w + b$$

mit

v	Membranspannung
w	recovery Variable
I	externer Strom
a, b	Parameter

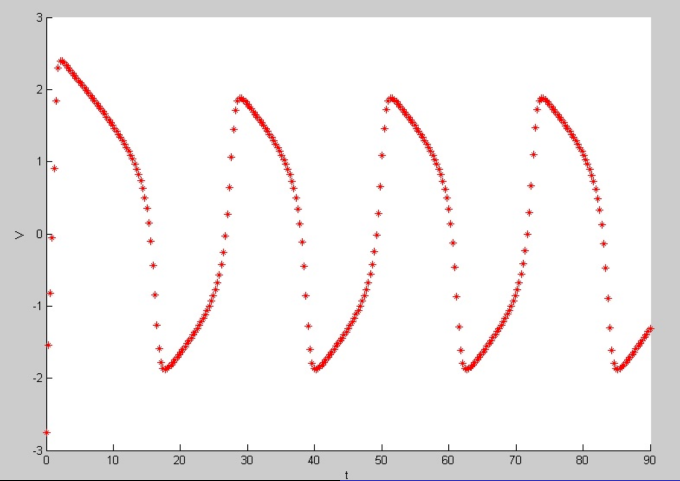
Numerische Simulation des Fitzhugh-Nagumo-Modells

ohne externen Strom



Numerische Simulation des Fitzhugh-Nagumo-Modells

mit konstantem externen Strom



Stabilitätsanalyse des Fitzhugh-Nagumo Modells

Was braucht man dafür?

- Nullklinen
- Fixpunkte
- Trajektorien
- Stabilität

Nullklinen

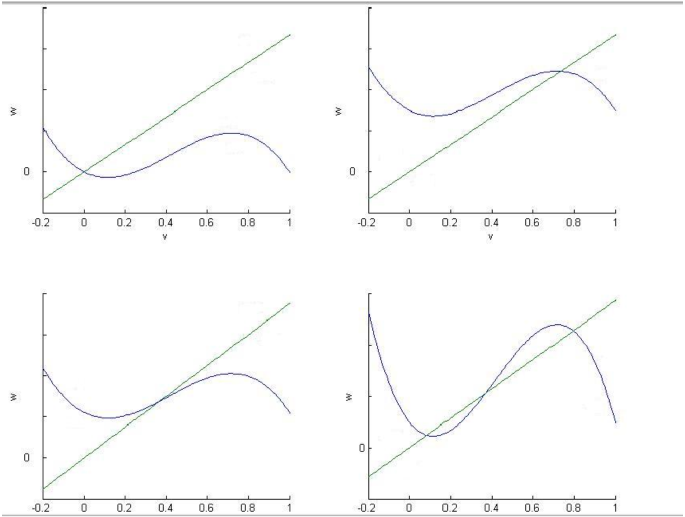
$$\frac{dv}{dt} = v - \frac{v^3}{3} - w - I \qquad \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{dw}{dt} = \epsilon(av - w + b) \qquad \frac{dw}{dt} = 0$$

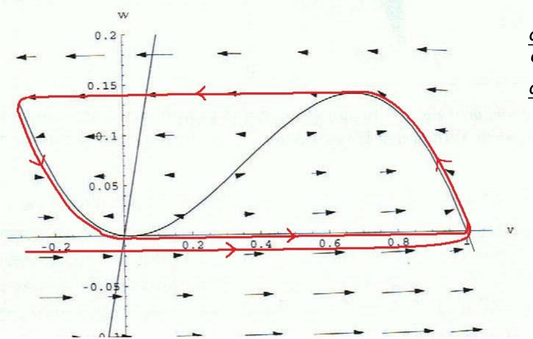
$$\Rightarrow \qquad w = v - \frac{v^3}{3} + I$$

$$w = av + b$$

Fixpunkte


w
0
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
v
w
0
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
v
w
0
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
w
0
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1

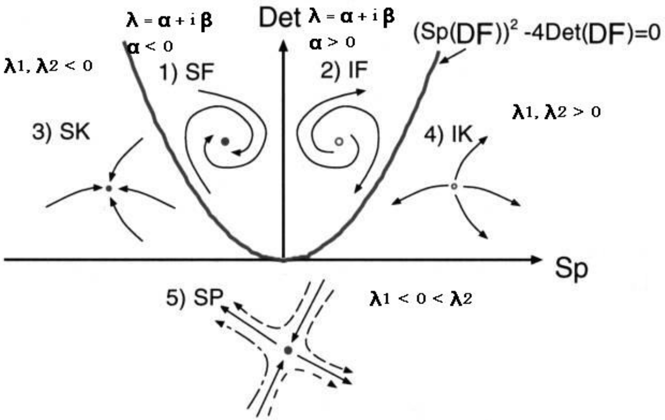
Trajektorien



$$\frac{dv}{dt} = v - \frac{v^3}{3} - w - I$$
$$\frac{dw}{dt} = \epsilon(av - w + b)$$

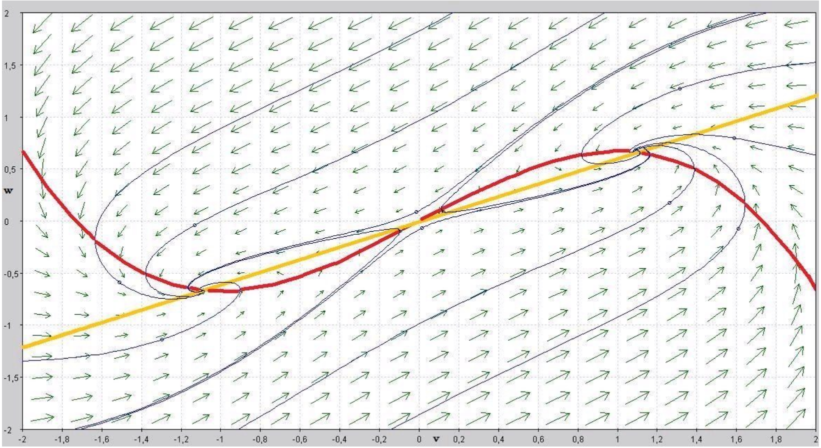
Quelle: www.mathe.tu-freiberg.de/∼wegert/Lehre/Seminar3/susky_skript.pdf

Stabilität

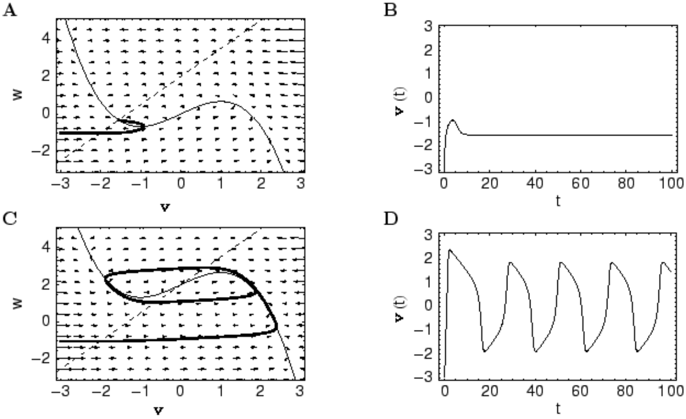


Quelle: http://www.alexanderrack.eu/bifurkation/3.1LinStab-Dateien/image002.jpg

Beispiel


2
1,5
1
0,5
w
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2
-1,8
-1,6
-1,4
-1,2
-1
-0,8
-0,6
-0,4
-0,2
0
v
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2

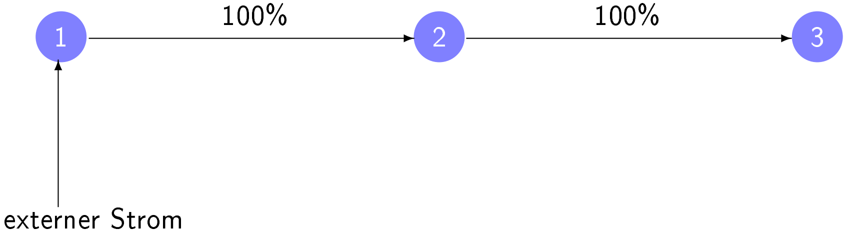
Zusammenhang zwischen Phasenraum und Numerischer Lösung



Quelle: http://icwww.epfl.ch/~gerstner/SPNM/img328.gif

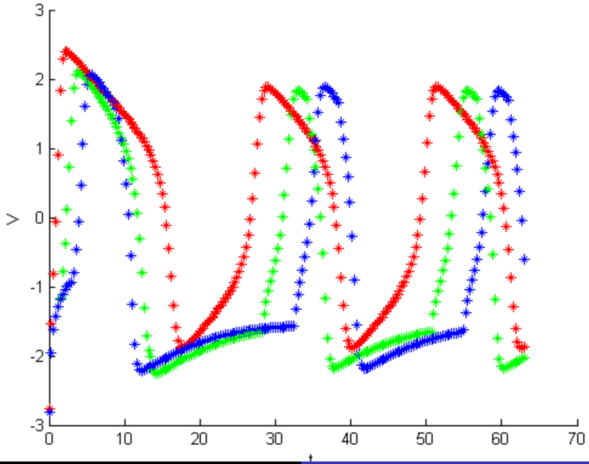
Kopplung mehrerer Neuronen

1. Kopplungsbeispiel:



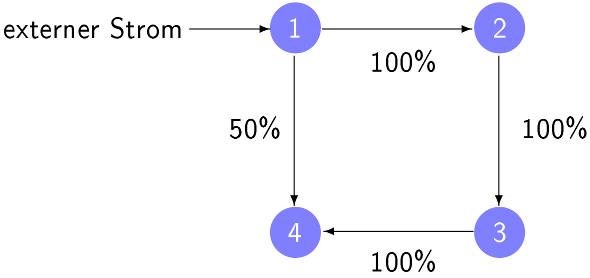
Kopplung mehrerer Neuronen

Neuronen in Reihe geschaltet



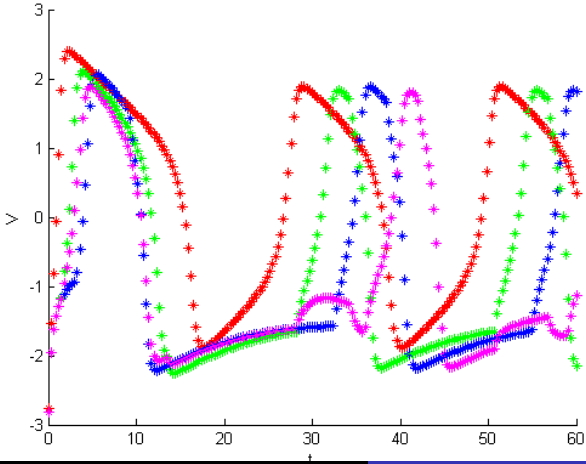
Kopplung mehrerer Neuronen

2. Kopplungsbeispiel:



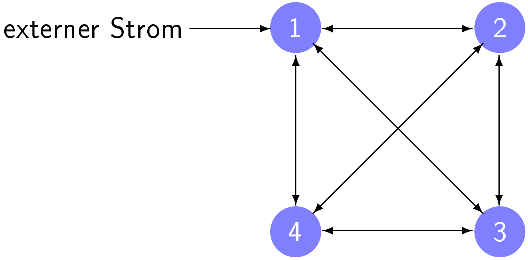
Kopplung mehrerer Neuronen

Neuronen in Reihe geschaltet



Kopplung mehrerer Neuronen

zufälliges Kopplungsbeispiel:



Kopplungsmatrix

Empfänger

Sender

$$
\begin{array}{c} \\ \text{Ext.} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} N_1 & N_2 & N_3 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
I_{1ext} & I_{2ext} & I_{3ext} \\
0 & I_{N_1} & I_{N_1} \\
I_{N_2} & 0 & I_{N_2} \\
I_{N_3} & I_{N_3} & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

Zusammenfassung

- Hodgkin-Huxley
- Fitzhugh-Nagumo
- Stabilitätsanalyse
- Kopplung mehrerer Neuronen

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!