
Übung zur Vorlesung

Numerische Mehrskalenmethoden und Modellreduktion

Sommersemester 2017 — Blatt 6

Aufgabe 1 (Partition of Unity)

Nutzen Sie die parametrisierte Diskretisierung aus Blatt 1, Aufgabe 2 (“RB”-Problem mit parametrisiertem “R” und “B”, `problem_1_2_c`). Gestellt wird in den Dateien `pou.py` und `discrete_pou.py`, Funktion “`discrete_pou`” eine diskrete Implementierung einer Partition of Unity

$$1 = \sum_i \varrho_i.$$

- (a) Lassen Sie die diskrete Lösung u_μ für einen Parameter ihrer Wahl berechnen.
- (b) Zerlegen Sie die Lösung u_μ mit Hilfe der bereitgestellten Partition of Unity in lokalisierte Funktionen $u_{\mu,i} := \varrho_i u_\mu$.
- (c) Visualisieren Sie die lokalisierten Funktionen $u_{\mu,i}$.
- (d) Verifizieren Sie, dass die Summe der lokalisierten Funktionen die Originalfunktion ist ($u_\mu = \sum_i u_{\mu,i}$).

Aufgabe 2 (RB mit lokalisierten Basen)

- (a) Schreiben Sie einen Greedy-Algorithmus, der eine RB Basis basierend auf dem Modellreduktionsfehler aufbaut (nicht basierend auf dem Projektionsfehler wie in Blatt 3, Aufgabe 1 b)).
- (b) Modifizieren Sie diesen Algorithmus so, dass er eine Partition of Unity annimmt und die Snapshots mit der POU in lokale Funktionen zerlegt, bevor er sie zur Basis hinzufügt.
- (c) Modifizieren Sie diesen Algorithmus weiter, so dass die Basen in jedem Unterraum orthonormalisiert werden, nicht jedoch die Basen von verschiedenen lokalen Unterräumen zueinander.

Aufgabe 3 (Analyse des Verfahrens)

Wie in Blatt 4, Aufgabe 1 c), soll der maximale Modellreduktionsfehler über eine Menge von zufällig gewählten Parameterwerten betrachtet werden. Die Basisgenerierung soll mit dem Greedy-Verfahren erfolgen.

- (a) Tragen Sie den maximalen Modellreduktionsfehler mit und ohne Lokalisierung über die Anzahl der Basisvektoren auf.
- (b) Tragen Sie den maximalen Modellreduktionsfehler mit und ohne Lokalisierung über die Anzahl der benötigten Snapshots auf.
- (c) Tragen Sie den maximalen Modellreduktionsfehler mit und ohne Lokalisierung über die Anzahl der Nonzero-Einträge der reduzierten Systemmatrix auf.