Institut für Numerische und Angewandte Mathematik
FB Mathematik und Informatik der Universität Münster
Prof. Dr. Mario Ohlberger, Dr. Stephan Rave und Tobias Wedemeier

9. Mai 2017

Übung zum Programmierpraktikum

Numerische Mehrskalenmethoden und Modellreduktion

Sommersemester 2017 — Blatt 1

Definition 1 Wir wollen Gleichungen der Form

$$-\operatorname{div}\left(d_\mu(x)\nabla u_\mu(x)\right) = f_\mu(x), \quad x \in \Omega,$$

mit Datenfunktionen $f_\mu \in L^2(\Omega)$, $d_\mu \in L^\infty(\Omega)$ auf dem quadratischen Gebiet $\Omega := (0,1)^2 \subset \mathbb{R}^2$ lösen.

Aufgabe 1 (Ohne Parametrisierung)

(a) Benutzen Sie eine `ExpressionFunction`, um f als Indikatorfunktion

$$f_\mu(x) := \begin{cases} 1 & |x - (0.5, 0.5)| < 0.3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

einer Kreisscheibe mit Radius 0.3 zu definieren. Benutzten sie eine `ConstantFunction`, um $d_\mu \equiv 1$ zu setzen. Als Randbedingung gelte $u_\mu(x) \equiv 0$, $x \in \partial\Omega$.

(b) Sei nun $f_\mu \equiv 0$, sowie d_μ gegeben durch

$$d_\mu(x) := \begin{cases} 0.001 & |x - (0.5, 0.5)| < 0.3 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Als Randbedingungen gelte:

$$\begin{aligned} -d_\mu(x)\nabla u_\mu(x) \cdot n = u_N(x), &\quad x \in (0,1) \times \{0\} =: \Omega_N \\ u_\mu(x) = 0, &\quad x \in \partial\Omega \setminus \Omega_N. \end{aligned}$$

mit $u_N(x) \equiv -1$.

(c) Voraussetzungen wie in Teilaufgabe (b), aber d_μ soll durch ein periodisches Muster von $K \times K$ Kreisscheiben gegeben sein.

Hinweise: Zur Definition von d_μ kann zum Beispiel `numpy.mod` verwendet werde.

(d) Voraussetzungen wie in Teilaufgabe (b), aber d_μ soll durch eine Teilmenge von Ω in Form der Buchstaben 'RB' gegeben sein.

Hinweise: Verwenden sie die Klasse `BitmapFunction` um d_μ zu definieren.

Lösen Sie jede Teilaufgabe mit *TriaGrid / RectGrid* in verschiedenen Auflösungen. Diskretisieren Sie dabei sowohl mit dem Finite-Elemente-Verfahren als auch mit dem Finite-Volumen-Verfahren. Visualisieren Sie die Lösungen.

Aufgabe 2 (Mit Parametrisierung)

(a) Es gelten die Voraussetzungen von Teilaufgabe 1 (c), aber der Neumannfluss sei durch

$$u_N((x_0, x_1)) := -\cos(\pi \cdot x_0)^2 \cdot \mu_{in}$$

mit $\mu_{in} \in \mathbb{R}$ gegeben.

(b) Es gelten die Voraussetzungen von Teilaufgabe 2 (a), aber zusätzlich soll die Diffusivität in den Kreisscheiben durch einen weiteren Parameter μ_d parametrisiert sein.

(c) Es gelten die Voraussetzungen von Teilaufgabe 1 (d), aber zusätzlich soll die Diffusivität in ‘R’ und ‘B’ durch Parameter μ_R bzw. μ_B gegeben sein.

Hinweise: Einzelne BitmapFunctions für ’R’ und ’B’ können mit der `LincombFunction`*-Klasse sowie* `ProjectionParameterFunctional` *oder* `ExpressionParameterFunctional` *zu* d_μ *zusammengesetzt werden.*

Lösen Sei analog zu Aufgabe 1 jede Teilaufgabe in verschiedenen Varianten und visualisieren diese. Variieren Sie zusätzlich die Parameter.