

Übung zur Mathematischen Bildverarbeitung

Übungsblatt 6, Abgabe bis 17.05.2007, 12 Uhr

1. *Fouriertransformation:*

Berechnen sie die Fouriertransformation der periodischen Funktionen

$$f_1(x) = \sin(2\pi nx) \quad \text{und} \quad f_2(x) = \cos(2\pi nx).$$

Hinweis: Zeigen sie dass

$$\mathcal{F}\mathbf{1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\delta$$

wobei $\mathbf{1}$ eine konstante Funktion bezeichnet. Verwenden sie dass $\mathcal{F}^{-1}g(x) = (\mathcal{F}g)(-x)$.

2. *Nachbarschaftfilter:*

Wie betrachten den *Sigma* Filter

$$\hat{u}(x) = \frac{1}{\epsilon^2\pi} \int_{B_\epsilon(x-y)} f(y) e^{-\frac{(f(x) - f(y))^2}{\delta^2}} dy$$

(siehe Gleichung (2.19) im Skript), wobei B_ϵ ein Kreis mit Radius ϵ um x ist. Vergleichen sie das gefilterte Bild \hat{u} der Indikatorfunktion des Einheitskreises (d.h $f(x) = 1$ für $x^2 + y^2 \leq 1$ und 0 sonst) für großes ϵ und kleines δ .

Gehen sie dabei folgendermassen vor:

- Betrachten sie die Funktion \hat{u} entlang einer beliebigen Geraden (z.B. der x-Achse).
- Berechnen sie die Schnittpunkte von B_ϵ (dessen Mittelpunkt auf der Geraden liegt) mit f .
- Berechnen sie die Integrale der Schnittfläche der beiden Kreise analytisch oder numerisch (wobei nur das Intervall $[1 - \epsilon, 1 + \epsilon]$ interessant ist).
- Skizzieren sie die Funktion \hat{u} entlang dieser Geraden.

3. *Programmieraufgabe: Filter im Frequenzraum*

Implementieren sie den Frequenzraumfilter

$$\psi(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } |\omega| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(siehe Gleichung 2.13 im Skript) in Matlab. Verwenden sie die Matlab Befehle `fft2` und `ifft2` um ein Schwarz-Weiß Bild zu filtern. Vergleichen sie die Ergebnisse für verschiedene Werte von ϵ .

4. *Programmieraufgabe: Notch-Filter*

Um periodische Störungen in einem Bild zu eliminieren werden sogenannte Notch-Filter verwendet. Der Filter hat dabei die Form

$$\phi(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{für } \omega = \tilde{\omega} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

wobei $\tilde{\omega}$ die zu eliminierende Frequenz ist.

- Schreiben sie ein Matlab Programm das periodische Frequenzen aus einem Bild eliminiert. Addieren sie eine periodische Störung der Form

```
t1 = (1/n:1/n:1);  
t2 = ones(m,1);  
pic_noise = pic + t2*(128*cos(2*pi*50*t1));
```

wobei m, n die Größe ihres Bildes ist.

- Wie würden sie eine periodische Störung entfernen deren Frequenz sie nicht kennen ?