

## Übungen zur Vorlesung Inverse Probleme

Übungsblatt 9, Abgabe: Donnerstag, 8.1.2015, 12.00 Uhr

---

### Übungstermine:

Gruppe 1: Di. 12 - 14 Uhr SRZ 205 BK 120 (Bastian Pietras)  
 Gruppe 2: Di. 14 - 16 Uhr SRZ 205 BK 110 (Christoph Tenbrock)

---

### Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei  $R$  ein konvexes Funktional und  $q \in \partial R(v)$  fixiert. Berechnen sie für

$$F(u) = D_R^q(u, v) \quad (1)$$

die konvexe Konjugierte  $F^*$ . Berechnen Sie für  $R(u) = \|Lu\|_X^2$  mit  $L$  linear und invertierbar auf einem Hilbertraum  $X$  die Bregman Distanz und das zugehörige  $F^*$ .

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei  $R(u) = \|u\|_X$  in einem Banachraum  $X$ . Zeigen Sie, dass  $u_\alpha = 0$  ein Minimierer von

$$J_\alpha(u) = \frac{1}{2} \|Ku - f\|_Y^2 + \alpha R(u)$$

ist, wenn  $\alpha > \|K^*f\|_{X^*}$  gilt.

### Aufgabe 3: (2 Punkte)

Sei  $R : X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$  koerativ und unterhalbstetig auf  $X = Z^*$  und  $K : X \rightarrow Y$  ein stetiger linearer Operator in den Hilbertraum  $Y$ . Zeigen Sie, dass für  $q = K^*w \in \partial R(v)$  ein Minimierer von

$$J_\alpha(u) = \frac{1}{2} \|Ku - f\|_Y^2 + \alpha D_R^q(u, v)$$

existiert, der wieder einen Subgradienten der Form  $K^*\tilde{w}$  besitzt.

### Aufgabe 4: (6 Punkte)

Implementieren Sie eine lineare Regularisierungsmethode zur Berechnung der Geschwindigkeit und Beschleunigung, d.h. der zweiten Ableitung aus Positionsdaten. Wenden Sie diese auf simulierte Daten an, bei denen sie neben der Erdbeschleunigung kleine Kraftimpulse nach oben (in verschiedenen Winkeln) vorgeben, diese integrieren und Gauss'sches Rauschen addieren. Wenden Sie Ihre Methode auch auf die auf der Vorlesungshomepage bereitgestellten echten Daten an, bei denen ein Jongleur mit Hochgeschwindigkeitskamera gefilmt wurde. Bestimmen Sie ein geeignetes  $\alpha$  aus dem Vorwissen über die Erdbeschleunigung.

**Schöne Weihnachten und ein gutes neues Jahr !**