

## Übungen zur Vorlesung Inverse Probleme

Übungsblatt 11, Abgabe: Montag, FILL IN THE DATE, 12.00 Uhr

---

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Es sei  $f$  eine bandbeschränkte Funktion mit Bandbreite  $\Omega$ . Die Radontransformation von  $f$  sei in einer parallelen Geometrie gemessen worden (also wie in der Vorlesung), hierbei sind die Abtastbedingungen genau eingehalten worden. Dann vereinfachen sich die Filterkoeffizienten des Ram–Lak–Filters im Datenraum erheblich. Geben Sie sie an.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Bei der Herleitung der Implementation der gefilterten Rückprojektion haben wir die Inversionsformel so gewählt, dass Fourier–Anteile bis zum Grad  $\Omega$  exakt rekonstruiert werden, Fourier–Anteile jenseits von  $\Omega$  abgeschnitten werden. Dies sorgt für unschöne Effekte in den Bildern (Ringing).

Aus diesem Grund setzt man meist einen Filter ein, der dafür sorgt, dass die Fourierkoeffizienten zu  $\Omega$  hin langsam abfallen. Die gängigen Rekonstruktionsprogramme (etwa `iradon`) haben eine entsprechende Option.

Für uns bedeutet das, dass im Fourierraum mit

$$\rho(\sigma/\Omega)|\sigma|$$

multipliziert wird. Hierbei verschwindet, wie bei Ram–Lak, die Filterfunktion  $\rho$  für  $|\sigma| > 1$ . Die Wahl dieses Filters geschieht im wesentlichen nach ästhetischen Gesichtspunkten (und füllt Bibliotheken damit, welche Wahl medizinisch optimal ist), mathematisch ist der Ram–Lak–Filter eigentlich der Richtige.

Berechnen Sie die Faltungskoeffizienten wie in Teil 1 für den Cosinusfilter

$$\rho(\sigma) := \cos\left(\frac{\sigma\pi}{2}\right).$$

**Aufgabe 3 (Programmieraufgabe):** (4 Punkte)

Implementieren Sie den Algorithmus der gefilterten Rückprojektion. Benutzen Sie, falls möglich, Ihr Programm zur ungefilterten Rückprojektion vom vorletzten Blatt, ansonsten nutzen Sie für die Rückprojektion die Funktion `iradon` mit dem Filter `none`. Versuchen Sie, die Parameter so zu wählen, dass die Abtastbedingungen optimal eingehalten werden. Testen Sie Ihr Programm für das Shepp–Logan–Phantom (erzeugen Sie dabei die Daten mit dem Matlab–Standardprogramm `radon`) und vergleichen Sie mit der Rekonstruktion, die `matlab` liefert.