Prof. Dr. C. W. Cryer WS 98/99

Mathematische Modellierung des Herz-Kreislauf-Systems

Übungsblatt 2 , Abgabe: 2.11.98 , 13.00 Uhr

Aufgabe 5: (2 Punkte)
Der Gesamtumsatz bei verschiedenen Tätigkeiten wird wie folgt aufgelistet:

Schreitischarbeiter	110 W
Radfahrer ($20km/h$)	545 W
Marathonläufer	1200 W

a) Drücken Sie diese Werte in $kcal/h$ und $kcal/d$ aus ($1W = 1J/s$)

b) Wählen Sie Ihre Lieblingskost aus und bestimmen Sie, wieviel gegessen werden muß, um die angegebenen Energiebedürfnisse zu decken.

Aufgabe 6: (4 Punkte)
$C(x,t)$ sei die Lösung folgender Anfangsrandwertproblem

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

$$\begin{array}{rcll} C(x,0) & = & 0, & x > 0 \\ C(0,t) & = & C_0, & t > 0. \end{array}$$

a) Überprüfen Sie, daß

$$C(x,t) = C_0 \text{ erfc } (\frac{x}{2\sqrt{Dt}}),$$

mit

$$\begin{array}{rcl} \text{erfc } (z) & := & 1 - \text{ erf } (z) \\ \text{erf } (z) & := & \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^z exp(-s^2) ds. \end{array}$$

b) Bestimmen Sie wie lange es dauert, bis die Konzentration im Punkt $x = d$ den Wert $C_0/2$ erreicht.

Aufgabe 7: (4 Punkte)
Das Hagen-Poiseuille Gesetz für den Blutfluß durch ein Rohr lautet:

$$\text{Blutfluß} = \frac{\Delta P \, r^4}{\nu \, L}$$

mit

$$\begin{array}{lcl} \Delta P & = & \text{Druckunterschied} \\ r & = & \text{Radius} \\ \nu & = & \text{Viskosität} \\ L & = & \text{Länge des Rohres} \end{array}$$

Messungen ergaben:

Hämokritwert %	ν
20	1,4
35	2,0
52	3,0
62	4,0

a) Bestimmen Sie ν als Polynom in H (Polynominterpolation)

b) Bestimmen Sie den Wert von H, so daß der O_2 Transport, $H \times$ Blutfluß, optimiert wird.

Aufgabe 8: (4 Punkte)
Sie befinden sich in einem luftdichten Raum, $2m \times 2m \times 2m$. Wie lange dauert es, bis der Sauerstoff im Raum zur Hälfte verbraucht ist?

Aufgabe 9: (2 Punkte)
Folgende Daten sind bekannt:
Ein 70 kg schwerer Mann hat einen zusätzlichen Energiebedarf von 240 $kcal/h$, wenn er mit einer Geschwindigkeit von $4,5$ km/h spazieren geht. Bei einer Steigung gibt es pro Meter Höhenunterschied einen weiteren Bedarf von 7 cal pro kg Körpergewicht.

a) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad η für die Steigung, d.h.:

$$\eta = \frac{\text{äußere Arbeit}}{\text{umgesetzte Energie}} \cdot 100$$

b) Ein empirisches Gesetz von Naismith (1892), das eventuell auf den Mathematiker McLaurin (1740) zurückgeht, besagt, daß bei leichten Bergwanderungen die benötigte Zeit (Stunden)

$$\frac{\text{Abstand (km)} + 8 \text{ Höhenunterschied (km)}}{4,5}$$

beträgt.

Kann man diese Regel begründen, indem man annimmt, daß die benötigte Zeit proportional zum Energiebedarf ist?