Prof. Dr. C. W. Cryer WS 98/99

Mathematische Modellierung des Herz-Kreislauf-Systems

Übungsblatt 11 , Abgabe: 28.1.99 , 13.00 Uhr

Aufgabe 34: (4+3+3 Punkte)
Eine spherische Schale, $A \leq R \leq B$, wird axisymmetrisch deformiert:

$$\lambda := \frac{r}{R} = 1 + \frac{a-A}{R}$$

a) Zeigen Sie, daß die Hauptkomponenten des Biotschen Spannungstensors sind:

$$t_1^{(1)} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} + 2q, \qquad t_2^{(1)} = t_3^{(1)} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_2}$$

mit $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$ und q beliebig.

b) Zeigen Sie, daß

$$P = (1 - \lambda_a^{-1})^2 \int_{\lambda_b}^{\lambda_a} \frac{\hat{W}'(\lambda) d\lambda}{(\lambda - 1)^3},$$

mit $\hat{W}(\lambda) = W(1, \lambda, \lambda)$.

c) Seien $P > 0$ und $\lambda > 0$. Zeigen Sie, daß das Volumen um

$$4\pi(B-A)(a-A)(a+B)$$

zunimmt.