Prof. Dr. C. W. Cryer WS 98/99

Mathematische Modellierung des Herz-Kreislauf-Systems

Übungsblatt 10 , Abgabe: 18.1.99 , 13.00 Uhr

Aufgabe 31: (2 Punkte)
Beweisen Sie die Piola-Identität,

$$DIV(J\mathbf{F}^{-1}) = 0.$$

(siehe verteilte Unterlagen, S. 6)

Aufgabe 32: (4 Punkte)
Sei F eine 3×3 reelle Matrix, $det\ F > 0$. Zeigen Sie, evtl. mit Hilfe der Singulärwertzerlegung, daß es eine eindeutige Zerlegung

$$F = RU$$

gibt, mit R eine orthogonale Matrix, $det\ R > 0$ und U eine symmetrische positive definite Matrix.

Aufgabe 33: (4 Punkte)
Es gilt (siehe verteilte Unterlagen, S. 5) der Erhalt des Drehmomentums,

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{U_t} \mathbf{x} \times \rho\, \mathbf{v}\, dx = \int\limits_{\partial U_t} \mathbf{x} \times (\sigma \mathbf{n}) da + \int\limits_{U_t} \mathbf{x} \times \rho\, \mathbf{b}\, dx$$

und der Erhalt des linearen Momentums

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{U_t} \rho\, \mathbf{v}\, dx = \int\limits_{\partial U_t} \sigma\, n\, da + \int\limits_{U_t} \rho\, \mathbf{b}\, dx$$

Zeigen Sie, daß $\sigma = \sigma(\mathbf{x}, t)$ symmetrisch ist.