Prof. Dr. C. W. Cryer WS 95/96

Mathematik des Herz-Kreislaufsystems

Übungsblatt 9 , Abgabe: 25.01.96 , 13.00 Uhr

Aufgabe 20:
Ein vertikaler, elastischer Stab der Länge L (siehe Abb. a) ist an seinem unteren Ende fixiert. Er erfährt von oben eine vertikale Kraft F. Ab einer gewissen Kraft F_0 findet plötzlich eine Biegung des Stabes statt, wobei die vertikale Auslenkung Δx vernachlässigbar klein ist. (s. Abb. b)

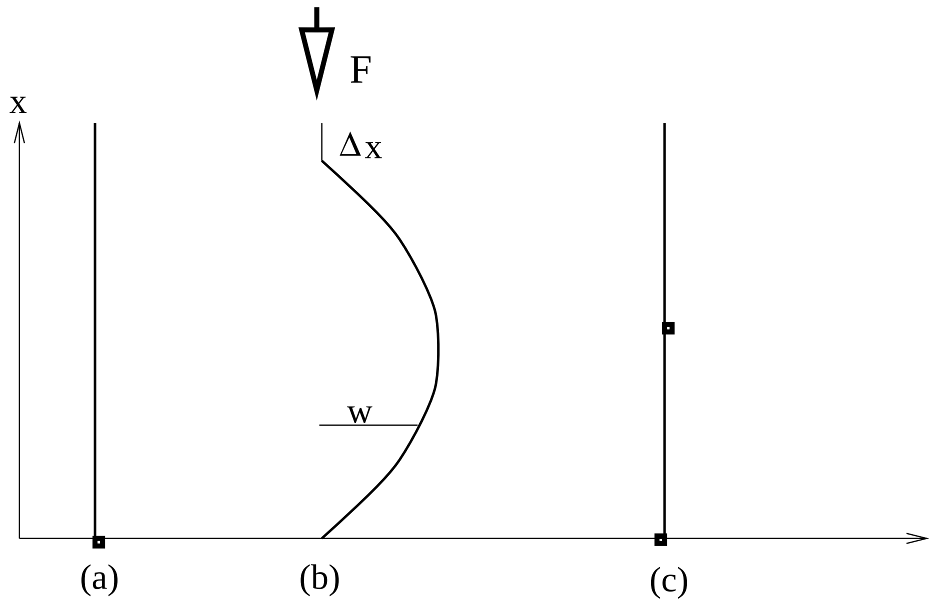
Es sei w die horizontale Auslenkung des gebogenen Stabes.

1. Benutzen Sie die Beziehung

$$C\frac{d^2w}{dx^2} + Fw = 0,$$

   wobei C eine geeignet dimensionierte Elastizitätskonstante ist, zur Berechnung von F_0. (Setzen Sie dabei zur Vereinfachung der Rechnung $C = 1$.)

2. Berechnen Sie F_0 für den Fall, daß der Stab zusätzlich in seinem Schwerpunkt fixiert wird. (siehe Abb. c)



Aufgabe 21:
Die Deformation eines Zylinders mit Umfang 2π, auf den ein gleichmäßiger äußerer Druck p wirkt, wurde durch eine DGL

$$k'' + \frac{1}{2}k^3 - ck - p = 0 \tag{1}$$

beschrieben. $k(s)$ ist die Krümmung der Außenhaut, $0 \leq s \leq 2\pi$ und c eine Konstante.

1. Gesucht werden Lösungen $k(s)$ der Periode $2\pi/n, n = 1, 2, \dots$, mit $k(s) = k(2\pi/n - s$, $0 \leq s \leq 2\pi/n$. Leiten Sie daraus sinnvolle Randbedingungen für (1) auf dem Intervall $[0, \pi/n]$ her.

2. Machen Sie den Ansatz $k = 1 + u, \|u\| \ll 1$, und leiten Sie eine neue DGL für u her. Berechnen Sie für den Fall $n = 2$ näherungsweise Lösungen von (1) gemäß Teil 1., indem Sie in der DGL für u die Terme der Ordnungen $O(u^2)$ und $O(u^3)$ vernachlässigen. Geben Sie für diese Näherungslösungen auch p an.