Prof. Dr. C.W. Cryer
Dr. A. Klawonn

SS 1999

Übungen zur Vorlesung "Gewöhnliche Differentialgleichungen"

Übungsblatt 2, Abgabe:Do. 29.4.1999, 13.00 Uhr

Aufgabe 5: (2 Punkte)

a) Formulieren Sie die Regel von de l'Hospital.

b) Bestimmen Sie

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

Aufgabe 6: (8 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $xy' + y^2 = 1$

b) $(x^2 - y^2) + 2xyy' = 0$

c) $-y' = x + y$

d) $2x + 6y - 18 = (9x + 2y + 19)y'$ (Es genügt die Lösung in impliziter Form.)

Aufgabe 7: (4 Punkte)
Sei

$$2x^2 y' = (x - 1)(y^2 - x^2) + 2xy. \qquad (1)$$

a) Zeigen Sie, daß $y_1(x) = x$ eine Lösung dieser Gleichung ist.

b) Zeigen Sie, daß $w := y - y_1$ die Bernoulli Gleichung

$$2x^2 w' - 2x^2 w + (1 - x)w^2 = 0 \qquad (2)$$

erfüllt.

c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von (2).

Aufgabe 8: (2 Punkte)
Betrachten Sie die Gleichung

$$y' = y^2(y - 1).$$

a) Skizzieren Sie das Richtungsfeld.

b) Bestimmen Sie die Menge aller Punkte (ξ, η), für welche das Anfangswertproblem nicht lokal eindeutig lösbar ist, ohne die Lösungen explizit zu berechnen.