

Übungen zur Vorlesung Mathematische Modellierung

Übungsblatt 7, Abgabe: Mittwoch, 13.12.2017, 12.00 Uhr

Übungstermine:

Mi. 12 - 14 Uhr M6 (Dr. Eric Siero und Judith Berendsen)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Federpendel

Wir betrachten einen Körper mit der Masse m , der in vertikaler Richtung an einer Feder auf- und abschwingt. Sei $\kappa > 0$ die Federkonstante. Dann wird die potentiellen Energie des Körpers gegeben durch

$$E_{pot} = -\frac{\kappa}{2}x^2.$$

Wie sehen die zugehörigen Bewegungsgleichungen aus?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Ebenes Doppelpendel

An einem Punkt hängt ein Pendel mit der Masse m_1 an einem Faden mit der Länge l_1 . An dessen Ende hängt ein weiteres Pendel mit der Masse m_2 an einem Faden mit der Länge l_2 . Wir bezeichnen die Winkel zwischen Fäden und Vertikalen mit ϕ_1 bzw. ϕ_2 . Die Positionen der Massenpunkte m_1 und m_2 werden dann durch die Koordinaten (x_1, y_1) bzw. (x_2, y_2) mit

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \sin(\phi_1) \\ x_2 &= l_1 \sin(\phi_1) + l_2 \sin(\phi_2) \\ y_1 &= -l_1 \cos(\phi_1) \\ y_2 &= -l_1 \cos(\phi_1) - l_2 \cos(\phi_2) \end{aligned}$$

beschrieben. Bestimmen Sie die zugehörigen Geschwindigkeiten und die totale kinetische Energie. Nehmen Sie an, dass die potentielle Energie jedes Massenpunktes von der Form $m_i g y_i$ ist, wobei g die Erdbeschleunigung ist. Wie lautet die zugehörige Lagrange-Funktion? Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.