

---

Arbeitsblatt zur Übung  
**Numerik partieller Differentialgleichungen II**  
SS 2019 — Blatt 2

---

**Abgabe:** 23.04.2019, 12:15 Uhr in Briefkasten 116

**Aufgabe 1: Randbedingungen der Poiseuille-Strömung** (2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Poiseuille-Strömung die Randbedingung der Spannungsfreiheit

$$\nu(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) \cdot \mathbf{n} - p\mathbf{n} = 0 \text{ auf } \Gamma_{out}$$

nicht erfüllt.

(b) Zeigen Sie, dass die Poiseuille-Strömung die do-nothing Randbedingung

$$\nu \partial_n \mathbf{v} - p\mathbf{n} = 0 \text{ auf } \Gamma_{out}$$

erfüllt.

**Aufgabe 2: Abschätzung der Divergenz** (3 Punkte)

(a) Sei  $\mathbf{v} \in H^1(\Omega)^d$ . Zeigen Sie

$$\|\nabla \cdot \mathbf{v}\| \leq \sqrt{d} \|\nabla \mathbf{v}\|.$$

(b) Sei nun  $\mathbf{v} \in H_0^1(\Omega)^d$ . Zeigen Sie, dass dann sogar

$$\|\nabla \cdot \mathbf{v}\| \leq \|\nabla \mathbf{v}\|$$

gilt. Approximieren Sie dafür eine Komponente  $\mathbf{v}_j \in H_0^1(\Omega)$  von  $\mathbf{v}$  durch Funktionen  $\varphi_n \in C_0^\infty(\Omega)$  und integrieren Sie partiell.

**Aufgabe 3: Stationäre Strömung** (1 Punkte)

Zeigen Sie, dass für stationäre Strömungen Bahn- und Stromlinien zusammenfallen.