
Übung zum Kompaktkurs
Einführung in die Programmierung zur Numerik mit Python
Sommersemester 2018 — Blatt 1

Aufgabe 1 (Fibonacci-Zahlen)

Schreiben Sie ein Programm, das nach Eingabe einer natürlichen Zahl n die ersten n Fibonacci-Zahlen berechnet. Die Fibonacci-Zahlen sind definiert durch

$$F_0 = F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n \geq 2.$$

Geben Sie die Zahlen zusammen mit dem Quotienten $\frac{F_n}{F_{n-1}}$ (für $n \geq 1$) auf dem Terminal aus. Implementieren Sie auch eine Fehlermeldung für den Fall, dass eine negative Zahl eingegeben worden ist. Testen Sie Ihr Programm für verschieden große Werte von n .

Hinweis: Der Aufruf $\mathbf{x} = \mathit{input}(\mathit{message})$ speichert eine Benutzereingabe in der Variablen \mathbf{x} . Das Ergebnis ist ein String, der zunächst mittels $\mathit{int}(\mathbf{x})$ in eine ganze Zahl konvertiert werden muss.

Aufgabe 2 (Euklidischer Algorithmus)

Berechnen Sie den größten gemeinsamen Teiler (ggT) zweier vom Benutzer eingegebenen natürlichen Zahlen mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus, d.h. nutzen Sie die Tatsache, dass für $a, b \in \mathbb{N}$, $a \leq b$ gilt, dass

$$\mathit{ggT}(a, b) = \begin{cases} a & b \text{ durch } a \text{ teilbar} \\ \mathit{ggT}(r, a) & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei r den Rest bei der Ganzzahl-Division von b durch a bezeichnet. Testen Sie Ihr Programm für verschiedene Zahlen a, b .

Aufgabe 3 (Collatz-Vermutung)

Definiere die Abbildung $\Phi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ durch

$$\Phi(n) := \begin{cases} \frac{n}{2} & n \text{ gerade} \\ 3n + 1 & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Die Collatz-Vermutung lautet, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ ein $k \in \mathbb{N}$ existiert, sodass

$$\Phi^{(k)}(n) = 1,$$

also die Folge $n, \Phi(n), \Phi^2(n), \dots$ schließlich 1 erreicht.

- (a) Schreiben Sie ein Programm, welches die Collatz-Vermutung für die Zahlen von 1 bis 100.000 überprüft.
- (b) Bestimmen Sie zusätzlich die Zahl $\max_{n \in \{1, \dots, 100.000\}} \max_{k \in \mathbb{N}} \Phi^{(k)}(n)$.