

9. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und Zahlentheorie“

SoSe 2018
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Dr. Cora Welsch
Nils Leder

Aufgabe 9.1

Es seien $(G, *_G)$ und $(K, *_K)$ abelsche Gruppen und $f: G \rightarrow K$ ein Homomorphismus. Zeigen Sie: wenn $H \subseteq K$ eine Untergruppe ist, dann ist auch $f^{-1}(H) \subseteq G$ eine Untergruppe.

Aufgabe 9.2

Seien $(G, *_G)$ und $(K, *_K)$ abelsche Gruppen und $f: G \rightarrow K$ ein Homomorphismus. Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) Wenn G zyklisch ist, dann ist $f(G) \subseteq K$ eine zyklische Untergruppe.
- (b) Wenn K zyklisch ist, dann ist $f^{-1}(K) \subseteq G$ eine zyklische Untergruppe.

Aufgabe 9.3

Prüfen Sie, welche der folgenden Gruppen zyklisch sind:
 $((\mathbb{Z}/m)^*, \cdot)$ für $m = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

Aufgabe 9.4

Es sei $R = \mathbb{Z}/8$. Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms $f = X^3$ in R . Wie passt das zu Satz 4.4?

*Aufgabe

Sei $p \in \mathbb{P}$ Primzahl und sei G eine abelsche Gruppe mit $\#G = p^m$ für ein $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 1$. Zeigen Sie: es gibt ein $g \in G$ mit $\text{ord}(g) = p$.

Abgabe bis: Donnerstag, den 21.6.2018, 8 Uhr