

8. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und Zahlentheorie“

SoSe 2018
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Dr. Cora Welsch
Nils Leder

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $p \in \mathbb{P}$. Zeigen Sie: für jedes $x \in \mathbb{Z}$ gilt

$$x^{1+n(p-1)} \equiv x \pmod{p}.$$

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Sei $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + \sqrt{2}b \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{R}$. Zeigen Sie: $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ ist bezüglich der üblichen Addition und Multiplikation ein kommutativer Ring. Ist $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ ein Körper?

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Sei $m \in \mathbb{N}$ ungerade. Zeige Sie:

$$1^m + 2^m + \dots + (m-1)^m \equiv 0 \pmod{m}$$

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)

Sei $(G, *)$ eine abelsche Gruppe, sei $k \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie: die Menge $\{g^k \mid g \in G\}$ bildet eine Untergruppe von G .

Abgabe bis: Donnerstag, den 14.6.2018, 8 Uhr