

Seminar Gruppentheorie und Geometrie: Gruppen, Expandergraphen und Bäume

In diesem Seminar soll im wesentlichen der Inhalt der ersten Hälfte des Buches *Trees* und einige Kapitel aus dem Buch *Geometry, Elementary Number Theory, Group Theory, and Ramanujan Graphs* vorgestellt werden.

Zum einen werden wir uns mit Bäumen und Gruppenwirkungen auf diesen beschäftigen und zum anderen mit Familien von Expandergraphen, das sind sehr stark zusammenhängende Graphen mit wenigen Kanten.

Bäume sind eine wichtige Klasse der metrischen Räume. Über die geometrischen Eigenschaften von Wirkungen einer gegebenen Gruppe auf Bäumen erhält man Aussagen zur algebraischen Struktur der Gruppe und umgekehrt.

Weiter interessieren wir uns für Familien von Expandergraphen, das sind d -reguläre Graphen $\Gamma_n = (V_n, E_n)$, mit wachsender Knotenanzahl n , für die es eine Konstante k gibt, so dass jede Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| \leq \frac{n}{2}$ mindestens $k \cdot |S|$ Kanten zu Knoten in $V - S$ hat.

Hauptproblem: Konstruktion von Familien von Expandergraphen

Wir werden dieses Problem gruppentheoretisch angehen. Wir werden jeder Gruppe $PSL_2(\mathbb{F}_p)$ einen Graphen zuordnen, den Cayley Graphen und zeigen, dass diese Graphen eine Familie von Expandergraphen bilden.

Themen:

Vortrag 1: (Amalgame)

Literatur: [Ser03], §1

Vortrag 2: (Graphen, Bäume)(Lisa Helen Schowe)

Literatur: [Ser03], §2

Vortrag 3: (Bäume und freie Gruppen)(Sebastian Natschke, Marco Holger Lotz)

Literatur: [Ser03], §3

Vortrag 4: (Bäume und Amalgame)(Lovis Kirschner, Jonas Flehsig)

Literatur: [Ser03], §4

Vortrag 5: (Strukturtheorem)(Paul Groth, Lea Koch)

Literatur: [Ser03], §5.1- §5.4

Vortrag 6: (Amalgame und Fixpunkte)(Julia Brimmers, Chris Hilmes)

Literatur: [Ser03], §6.1, §6.3

Vortrag 7: (Graphentheorie: Die Adjazenz-Matrix und ihr Spektrum, spektrale Lücke)(Jacqueline Müller)

Literatur: [DSV03] §1.1, §1.2

Vortrag 8: (Graphentheorie: Asymptotisches Verhalten der Eigenwerte in Familien von Expandergraphen, chromatische Zahl)

Literatur: [DSV03] §1.3, §1.5, §1.6

Vortrag 9: (Quaternionen)(Ina Vogler, Cheng Hu Shan)

Literatur: [DSV03] §2.4, §2.5

Vortrag 10: (Endliche einfache Gruppen $PSL_2(\mathbb{F}_q)$, Struktur von Untergruppen)(Lena Frenken,)

Literatur: [DSV03] §3.1, §3.2(ohne Beweis), §3.3

Vortrag 11: (Darstellungen von endlichen Gruppen, insbesondere von $PSL_2(\mathbb{F}_q)$)(Robin Graeber, Florine van de Loo)

Literatur: [DSV03] §3.4, §3.5 (ohne Beweis)

Vortrag 12: (Cayley Graphen, der Cayley Graph von $PSL_2(\mathbb{F}_q)$)(Matthis Brandwitte, Stela Skandro)

Literatur: [DSV03] §4.1, §4.2

Vortrag 13: (Cayley Graph von $PSL_2(\mathbb{F}_q)$ ist ein zusammenhängender regulärer Graph)(Torben Strangmann, Lara Beßman)

Literatur: [DSV03] §4.3

Vortrag 14: (Cayley Graphen von $(PSL_2(\mathbb{F}_q))_q$ bilden eine Familie von Expandergraphen)(Philip Möller, Daniel Keppeler)

Literatur: [DSV03] §4.4

Literaturverzeichnis

[Ser03] J.-P. Serre, *Trees*. Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2003.

[DSV03] G. Davidoff, P. Sarnak and A. Valette, *Geometry, Elementary Number Theory, Group Theory, and Ramanujan Graphs*. London Mathematical Society Student Texts, 55. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.