

3. Hausaufgabenblatt zur Linearen Algebra II

(Abgabe: bis Montag 28.04.2014, 10:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 3.1

i) Gegeben sei die reelle Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 \\ 19 & 23 & 29 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Komplementärmatrix $B^\#$.

ii) Gegeben sei die reelle Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 1 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \\ 3 & 9 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie $\det(C)$ mit der Laplace-Entwicklung.

Aufgabe 3.2

i) Gegeben sei die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie $\det(A)$.

ii) Gegeben sei die symmetrische Gruppe $\text{Sym}(n)$. Sei weiter $\sigma \in \text{Sym}(n)$ beliebig. Sei $P_\sigma = (e_{\sigma(1)}, e_{\sigma(2)}, \dots, e_{\sigma(n)}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die durch σ definierte Permutationsmatrix. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\det(P_\sigma) = \text{sign}(\sigma).$$