

3. Hausaufgabenblatt zur Linearen Algebra I

(**Abgabe:** bis Freitag 8.11.2013, 8:15 Uhr in die Zettelkästen im Hörsaalgebäude)

Aufgabe 3.1

Seien A und B abzählbare Mengen. Zeigen Sie, dass die Mengen $A \cap B$, $A - B$, $A \times B$ und $A \cup B$ abzählbar sind.

Ist die Menge der irrationaler Zahlen, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ abzählbar? Geben Sie dafür eine Begründung an.

Aufgabe 3.2

Seien $M_1, \dots, M_l$ abzählbare Mengen. Zeigen Sie, dass die Menge

$$M_1 \times M_2 \times \dots \times M_l = \{(m_1, m_2, \dots, m_l) \mid m_i \in M_i \text{ für } 1 \leq i \leq l\}$$

abzählbar ist.

Aufgabe 3.3

Sei M eine endliche nichtleere Menge. Zeigen Sie, dass die Kardinalität der Menge

$$\mathcal{X}_1 = \{N \mid N \subseteq M, \#N \text{ ist eine gerade Zahl}\}$$

gleich der Kardinalität der Menge

$$\mathcal{X}_2 = \{N \mid N \subseteq M, \#N \text{ ist eine ungerade Zahl}\}$$

ist.

Aufgabe 3.4

Sei $\mathcal{X} = \{M \mid M \subset \mathbb{N}, M \text{ endlich}\}$ die Menge aller endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Menge $\mathcal{X}$ abzählbar ist.