

2. Quiz zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie“
14. Januar 2016, Abgabe in den Briefkästen

WiSe 2015/16
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Cora Welsch

Entscheiden Sie bei jeder Aussage, ob diese zutrifft oder falsch ist. Falls Sie Ihre Auswahl korrigieren möchten, streichen Sie bitte die vorgegebenen Kästchen durch, zeichnen zwei neue Kästchen und kreuzen dort an.

Name: _____ **Übungsgruppe:** _____

Seien im Folgenden X, Y und E stets topologische Räume.

1. Ist G eine nicht-hopfsche Gruppe, so enthält G einen Normalteiler N mit $\{1\} \subsetneq N \subsetneq G$.
 richtig falsch
2. Ist $f : X \rightarrow Y$ eine Homotopieäquivalenz, so ist $f_{\#} : \pi_1(X, x) \rightarrow \pi_1(Y, f(x))$ ein Isomorphismus für jedes $x \in X$.
 richtig falsch
3. Es gibt keinen topologischen Raum X mit $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}^2$ für ein $x \in X$.
 richtig falsch
4. Gilt $\pi_1(X, x) \cong \pi_1(Y, y)$, so ist X homöomorph zu Y .
 richtig falsch
5. Seien A, B, C Gruppen und $\varepsilon_1 : C \rightarrow A$ sowie $\varepsilon_2 : C \rightarrow B$ Monomorphismen. Sind A und B torsionsfrei, so ist $A *_C B$ torsionsfrei.
 richtig falsch
6. Sei $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung. Ist $U \subseteq E$ offen, so ist $\varphi(U) \subseteq X$ offen.
 richtig falsch
7. Ist $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung und $x \in X, q \in \varphi^{-1}(x)$, so ist der induzierte Homomorphismus $\varphi_{\#} : \pi_1(E, q) \rightarrow \pi_1(X, x)$ injektiv.
 richtig falsch
8. Seien U, V offene, wegzusammenhängende Teilmengen von X mit $X = U \cup V$ und $U \cap V \neq \emptyset$. Gilt $\pi_1(U, x) = \{1\}$ und $\pi_1(V, x) = \{1\}$ für ein $x \in U \cap V$, so gilt $\pi_1(X, x) = \{1\}$.
 richtig falsch

9. Die Gruppe G mit der Präsentation $G = \langle a, b \mid aba^{-1}b^{-1} \rangle$ ist abelsch.
 richtig falsch
10. Die Sphäre S^1 ist kontrahierbar.
 richtig falsch
11. Ist $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung und $x \in X, q \in \varphi^{-1}(x)$, so ist der induzierte Homomorphismus $\varphi_{\#} : \pi_1(E, q) \rightarrow \pi_1(X, x)$ surjektiv.
 richtig falsch
12. Sei G eine Gruppe und $g, h \in G$. Dann haben g und h genau dann die gleiche Ordnung, wenn es eine Gruppe G^* gibt, die G als Untergruppe enthält und in welcher g zu h konjugiert ist.
 richtig falsch
13. Ist X wegzusammenhängend, so gilt $\pi_1(X, p) \cong \pi_1(X, q)$ für alle $p, q \in X$.
 richtig falsch
14. Sei $\varphi : E \rightarrow X$ eine Überlagerung. Ist $c : [0, 1] \rightarrow X$ ein Weg in X und $q \in E$ mit $\varphi(q) = c(0)$, so existiert genau ein Weg $\tilde{c}_q : [0, 1] \rightarrow E$ mit $\varphi \circ \tilde{c}_q = c$ und $\tilde{c}_q(0) = q$.
 richtig falsch
15. Es gibt eine überabzählbare Gruppe G , die von zwei Elementen erzeugt wird.
 richtig falsch
16. Ist X homotopieäquivalent zu Y und X kompakt, so ist auch Y kompakt.
 richtig falsch
17. Es gibt überabzählbar viele paarweise nicht-isomorphe Gruppen, die von zwei Elementen erzeugt werden.
 richtig falsch
18. Die Abbildung $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow S^1, t \mapsto (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$ ist eine Überlagerung.
 richtig falsch
19. Die Gruppe G mit der Präsentation $G = \langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ ist abelsch.
 richtig falsch
20. Es gibt eine Gruppe $G \neq \{1\}$, in welcher alle Elemente $g, h \in G \setminus \{1\}$ zueinander konjugiert sind.
 richtig falsch