5. Übungszettel zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie 2“

SoSe 2016
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Antoine Beljean

Aufgabe 5.1
Sei G eine Gruppe. Zeige, dass die folgenden beiden Aussagen äquivalent sind.

i) G ist auflösbar.

ii) G hat eine Normalreihe mit abelschen Faktoren.

Aufgabe 5.2
Betrachte die Gruppe $G = \mathrm{Alt}(4)$ der alternierenden Permutationen auf der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$. Zeige:

a) $\mathrm{Alt}(4)$ ist auflösbar und polyzyklisch.

b) $\mathrm{Alt}(4)$ ist nicht nilpotent und nicht überauflösbar.

Aufgabe 5.3
Sei G eine endliche, auflösbare Gruppe. Zeige: G ist polyzyklisch.

Aufgabe 5.4
Sei p eine Primzahl und G eine nilpotente Gruppe, die ein Element $g \in G$ von Ordnung p enthält. Zeige, dass in $Z(G)$ ein Element der Ordnung p existiert.

***-Aufgabe**
Welche der folgenden Gruppen sind polyzyklisch?

a) die Quaternionengruppe Q (wie in Aufgabe 4.3 definiert)

b) $\mathrm{Sym}(5)$

c) $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} * \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$

d) F_2, die freie Gruppe von Rang 2

Abgabe bis: Mittwoch, den 25.5.2016, 18 Uhr