

1. Quiz zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie 2“
Musterlösung

SoSe 2016
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Antoine Beljean

Seien im Folgenden G und G' Gruppen und $H \leq G$ eine Untergruppe.

1. Jede nilpotente Gruppe ist auflösbar.
 richtig falsch
2. Ist G endlich erzeugt und $[G : H] < \infty$, so ist G quasi-isometrisch zu H .
 richtig falsch
3. Sind G und G' endlich erzeugt von polynomielllem Wachstum, so hat das direkte Produkt $G \times G'$ polynomiellles Wachstum.
 richtig falsch
4. Ist $H \trianglelefteq G$ ein Normalteiler, so ist H eine charakteristische Untergruppe von G .
 richtig falsch
5. Es gibt eine nilpotente Gruppe $G \neq \{1\}$ mit $Z(G) = \{1\}$.
 richtig falsch
6. Es gibt eine nilpotente Gruppe $G \neq \{1\}$ mit $tG = \{1\}$.
 richtig falsch
7. Sind $N \trianglelefteq G$ und G/N nilpotent, so ist die Gruppe G nilpotent.
 richtig falsch
8. Ist G eine unendliche abelsche Gruppe, in der jedes Element endliche Ordnung hat, so ist G nicht endlich erzeugt.
 richtig falsch
9. Es gibt eine quasi-Isometrie, die nicht stetig ist.
 richtig falsch
10. Ist \mathbb{Z}^n quasi-isometrisch zu \mathbb{Z}^m , so gilt $n = m$.
 richtig falsch
11. Sei G eine Gruppe. Dann ist $tG := \{g \in G \mid \text{ord}(g) < \infty\}$ eine charakteristische Untergruppe von G .
 richtig falsch
12. Ist G virtuell frei von endlichem Rang ≥ 2 , so hat G exponentielles Wachstum.
 richtig falsch
13. Jede endliche nilpotente Gruppe ist abelsch.
 richtig falsch

14. Die Gruppe $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ ist quasi-isometrisch zur 1-dimensionalen Sphäre S^1 .
 richtig falsch
15. Sind $S \subseteq G$ und $T \subseteq H$ endliche Mengen, die G bzw. H erzeugen, und gilt $T \subseteq S$, so gilt für die Wachstumsfunktionen $\beta_{H,T}(n) \leq \beta_{G,S}(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
 richtig falsch
16. Ist G nilpotent von Klasse 3, so gilt $[a, [[b, c], d]] = 1$ für alle $a, b, c, d \in G$.
 richtig falsch
17. Ist F_n quasi-isometrisch zu F_m , so gilt $n = m$.
 richtig falsch
18. Sind G und G' endlich erzeugt und zueinander kommensurabel, so ist G quasi-isometrisch zu G' .
 richtig falsch
19. G ist genau dann auflösbar, wenn G eine Normalreihe mit abelschen Faktoren besitzt.
 richtig falsch
20. Ist G endlich erzeugt, abelsch und torsionsfrei, so gilt $G \cong \mathbb{Z}^k$ für ein eindeutig bestimmtes $k \in \mathbb{N}$.
 richtig falsch