

1. Quiz zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie“
Lösung

WiSe 2015/16
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Cora Welsch

Seien im Folgenden G und G' Gruppen und $H \leq G$ eine Untergruppe.

1. Gilt $[G : H] < \infty$, so enthält H eine Untergruppe N mit $N \trianglelefteq G$ und $[G : N] < \infty$.
 richtig falsch
2. Es gibt eine Gruppe der Ordnung 24, die eine Untergruppe der Ordnung 16 besitzt.
 richtig falsch
3. Ist $[G : H] < \infty$ und H endlich erzeugt, so ist auch G endlich erzeugt.
 richtig falsch
4. Sei X eine Menge. Wirkt G treu auf X , so ist die Wirkung frei.
 richtig falsch
5. Ist G eine topologische Gruppe, so ist für jedes $g \in G$ die Abbildung $G \rightarrow G, x \mapsto gx$ ein Homöomorphismus.
 richtig falsch
6. Sind G und G' endlich präsentiert, so ist auch das freie Produkt $G * G'$ endlich präsentiert.
 richtig falsch
7. \mathbb{Z} ist eine freie Gruppe.
 richtig falsch
8. Ist A eine abelsche Gruppe und $f : G \rightarrow A$ ein Homomorphismus, so gilt $DG \subseteq \ker(f)$.
 richtig falsch
9. $SL_2(\mathbb{Z})$ enthält eine freie Gruppe von Rang 2 als Untergruppe.
 richtig falsch
10. $GL_2(\mathbb{Z})$ ist residuell endlich.
 richtig falsch
11. Sei X eine Menge, auf der G wirkt und $x \in X$. Die Wirkung ist genau dann transitiv, wenn $G(x) = X$ gilt.
 richtig falsch

12. Seien $X, Y \subseteq G$ Mengen, die die Gruppe G erzeugen. Dann gilt: $\#X = \#Y$
 richtig falsch
13. Ist G noethersch, so ist G endlich erzeugt.
 richtig falsch
14. Sei $n \in \mathbb{N}$. Enthält G unendlich viele Untergruppen von Index n , so ist G nicht endlich erzeugt.
 richtig falsch
15. Als abelsche Gruppen gilt $(\mathbb{Q}^*, \cdot) \cong (\mathbb{Q}, +)$.
 richtig falsch
16. $G * G'$ ist das Koproduct von G und G' in der Kategorie der Gruppen.
 richtig falsch
17. Sei X eine Menge. Ist $\alpha : X \rightarrow G$ eine Abbildung, so gibt es einen eindeutigen Gruppenhomomorphismus $F(\alpha) : F(X) \rightarrow G$ mit $F(\alpha)|_X = \alpha$.
 richtig falsch
18. Jede freie Gruppe ist abelsch.
 richtig falsch
19. Es gilt $\langle t \mid t^4, t^6 \rangle \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
 richtig falsch
20. Ist G residuell endlich und endlich erzeugt, so ist G endlich.
 richtig falsch