

1. Quiz zur Vorlesung „Geometrische Gruppentheorie“
26. November 2015, Abgabe in den Briefkästen

WiSe 2015/16
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Cora Welsch

Entscheiden Sie bei jeder Aussage, ob diese zutrifft oder falsch ist. Falls Sie Ihre Auswahl korrigieren möchten, streichen Sie bitte die vorgegebenen Kästchen durch, zeichnen zwei neue Kästchen und kreuzen dort an.

Name: _____ **Übungsgruppe:** _____

Seien im Folgenden G und G' Gruppen und $H \leq G$ eine Untergruppe.

1. Gilt $[G : H] < \infty$, so enthält H eine Untergruppe N mit $N \trianglelefteq G$ und $[G : N] < \infty$.
 richtig falsch
2. Es gibt eine Gruppe der Ordnung 24, die eine Untergruppe der Ordnung 16 besitzt.
 richtig falsch
3. Ist $[G : H] < \infty$ und H endlich erzeugt, so ist auch G endlich erzeugt.
 richtig falsch
4. Sei X eine Menge. Wirkt G treu auf X , so ist die Wirkung frei.
 richtig falsch
5. Ist G eine topologische Gruppe, so ist für jedes $g \in G$ die Abbildung $G \rightarrow G, x \mapsto gx$ ein Homöomorphismus.
 richtig falsch
6. Sind G und G' endlich präsentiert, so ist auch das freie Produkt $G * G'$ endlich präsentiert.
 richtig falsch
7. \mathbb{Z} ist eine freie Gruppe.
 richtig falsch
8. Ist A eine abelsche Gruppe und $f : G \rightarrow A$ ein Homomorphismus, so gilt $DG \subseteq \ker(f)$.
 richtig falsch
9. $SL_2(\mathbb{Z})$ enthält eine freie Gruppe von Rang 2 als Untergruppe.
 richtig falsch

10. $\text{GL}_2(\mathbb{Z})$ ist residuell endlich.
 richtig falsch
11. Sei X eine Menge, auf der G wirkt und $x \in X$. Die Wirkung ist genau dann transitiv, wenn $G(x) = X$ gilt.
 richtig falsch
12. Seien $X, Y \subseteq G$ Mengen, die die Gruppe G erzeugen. Dann gilt: $\#X = \#Y$
 richtig falsch
13. Ist G noethersch, so ist G endlich erzeugt.
 richtig falsch
14. Sei $n \in \mathbb{N}$. Enthält G unendlich viele Untergruppen von Index n , so ist G nicht endlich erzeugt.
 richtig falsch
15. Als abelsche Gruppen gilt $(\mathbb{Q}^*, \cdot) \cong (\mathbb{Q}, +)$.
 richtig falsch
16. $G * G'$ ist das Koprodukt von G und G' in der Kategorie der Gruppen.
 richtig falsch
17. Sei X eine Menge. Ist $\alpha : X \rightarrow G$ eine Abbildung, so gibt es einen eindeutigen Gruppenhomomorphismus $F(\alpha) : F(X) \rightarrow G$ mit $F(\alpha)|_X = \alpha$.
 richtig falsch
18. Jede freie Gruppe ist abelsch.
 richtig falsch
19. Es gilt $\langle t \mid t^4, t^6 \rangle \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
 richtig falsch
20. Ist G residuell endlich und endlich erzeugt, so ist G endlich.
 richtig falsch