Prof. Dr. Linus Kramer
Lawrence Lo

Wintersemester 2026/27
Universität Münster

Funktionentheorie
Blatt 2

Abgabe: 29.10.2026, 08:00 (elektronisch)

Aufgabe 1.
Thema: Transformationen von Gebieten.
Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet. Ferner seien $a, w \in \mathbb{C}$, mit $a \neq 0$. Zeigen Sie, dass die Mengen

$$\Omega + w := \{z + w : z \in \Omega\}$$

und

$$a \cdot \Omega := \{az : z \in \Omega\}$$

ebenfalls Gebiete sind.

Aufgabe 2.
Thema: Konvexe Mengen.
Eine Teilmenge $M \subseteq \mathbb{C}$ heißt konvex, wenn für je zwei Punkte $x, y \in M$ die Strecke $[x, y] = \{t \cdot x + (1 - t) \cdot y : t \in [0, 1]\}$ in M liegt.

a) Gibt es konvexe Mengen, die weder offen noch abgeschlossen sind?
b) Zeigen Sie, dass beliebige Durchschnitte konvexer Mengen wieder konvex sind.
c) Ist die Vereinigung zweier konvexer Mengen wieder konvex?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 3.
Thema: Komplexe Differenzierbarkeit.
Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$,

$$f(z) = \mathrm{Re}(z)$$

in keinem Punkt $z \in \mathbb{C}$ komplex differenzierbar ist.

Aufgabe 4.
Thema: Wegzusammenhang.
Welche der folgenden Mengen sind wegzusammenhängend? Welche dieser Mengen sind offen? Welche dieser Mengen sind Gebiete?

a) $X = \mathbb{C} - \mathbb{R}$.
b) $Y = \mathbb{C} - \mathbb{Q}$.
c) $Z = \mathbb{C} - \mathbb{Z}$.

Begründen Sie Ihre Antworten.

Es gibt pro Aufgabe 4 Punkte.