8. Übungszettel zur Vorlesung „Funktionentheorie“

SoSe 2021
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Lara Beßmann
Daniel Keppeler

Aufgabe 8.1
Seien $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ und $g\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorphe Funktionen mit $\mid f(z) \mid \leq \mid g(z) \mid$ für alle $z \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass ein $\lambda \in \mathbb{C}$ existiert mit $f(z) = \lambda g(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 8.2
Sei $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph und nicht konstant. Zeigen Sie mit dem Satz von Liouville, dass kein $c \in \mathbb{C}$ und kein $r > 0$ existieren mit $B_r(c) \subseteq \mathbb{C} - f(\mathbb{C})$.

Aufgabe 8.3
Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage.
Sei $\Omega \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet und sei $f\colon \Omega \to \mathbb{C}$ holomorph und nicht konstant. Dann hat $\mid f \mid$ keine lokalen Minima in Ω.

Aufgabe 8.4
Sei $\Omega = B_r(c)$, sei $f\colon \Omega \to \mathbb{C}$ stetig. Zeigen Sie: wenn für jedes Dreieck $\Delta = \Delta(a, b, c) \subseteq \Omega$ gilt

$$\int_{\partial\Delta} f(z)dz = 0$$

so ist f holomorph.
Hinweis: Zeigen Sie wie im Satz von Morera, dass f eine Stammfunktion F hat.

Abgabe bis: Donnerstag, den 17.06.2021, 8 Uhr online im Learnwebkurs