6. Übungszettel zur Vorlesung „Funktionentheorie“

SoSe 2021
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Lara Beßmann
Daniel Keppeler

Aufgabe 6.1
Sei Ω ein Gebiet und sei $w \in \Omega$. Zeigen Sie, dass $\Omega \setminus \{w\}$ wieder ein Gebiet ist.

Aufgabe 6.2
Es sei c eine beliebige komplexe Zahl und $r > 0$ so, dass $r \neq | \ c - i \ |$ und $r \neq | \ c + i \ |$ gilt. Berechnen Sie

$$\int_{|z-c|=r} \frac{1}{z^2+1} dz$$

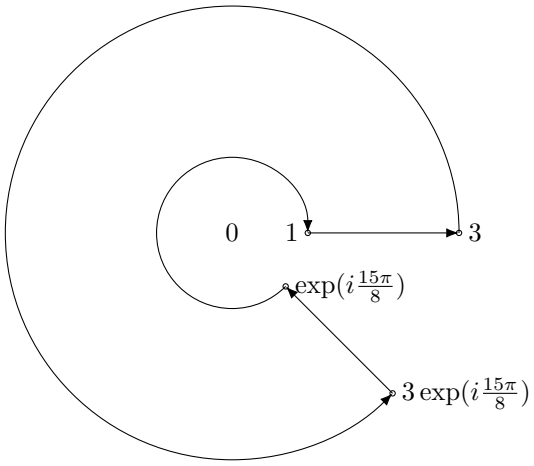
Hinweis: Schreiben Sie $\frac{1}{z^2+1} = \frac{a}{z-i} + \frac{b}{z+i}$ für geeignete komplexe Zahlen a, b.

Aufgabe 6.3
Es sei f holomorph auf $\mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass für jedes $r > 0$ die Mittelwertgleichung

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r \exp(it)) dt$$

gilt.

Aufgabe 6.4
Sei $f(z) = \frac{\bar{z}}{z}$. Berechnen Sie das Kurvenintegral von f entlang dem nachfolgendem Weg.



Abgabe bis: Freitag, den 04.06.2021, 8 Uhr online im Learnwebkurs