

5. Übungszettel zur Vorlesung „Funktionentheorie“

SoSe 2021
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Lara Beßmann
Daniel Keppeler

Aufgabe 5.1

Sei Ω ein Gebiet und sei $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion, so dass $\operatorname{Re}(f)$ oder $\operatorname{Im}(f)$ als Funktion konstant ist. Zeigen Sie, dass dann auch f konstant ist.

Aufgabe 5.2

Sei $\gamma_1(t) = \exp(it)$ für $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ und $\gamma_2(t) = \exp(it)$ für $t \in [-\pi, 0]$. Bestimmen Sie die Integrale der folgenden Funktionen über γ_1 und γ_2 :

- a) $f(z) = \bar{z}$
- b) $f(z) = \operatorname{Re}(z)$
- c) $f(z) = \exp(\pi z)$
- d) $f(z) = z^5$

Aufgabe 5.3

Sei $\gamma(t) = 2it - i$, $t \in [0, 1]$. Berechnen Sie das Integral über γ von $f(z) = z \sin(z)$.

Aufgabe 5.4

Zeigen Sie, dass $f(z) = |z|$ auf \mathbb{C} keine Stammfunktion hat, das heißt es gibt kein $F \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ mit $F'(z) = |z|$.

Abgabe bis: Donnerstag, den 20.05.2021, 8 Uhr online im Learnwebkurs