Prof. Dr. Linus Kramer
Bianca Firmbach, Raquel Murat García, Marjory Mwanza

Sommersemester 2026
Universität Münster

Einführung in die Algebra
Blatt 6

Abgabe: 04.06.2026, 08:00 (elektronisch)

Aufgabe 1.
Es sei R eine Menge mit Verknüpfungen $+, \cdot$ so dass gilt: $(R, +)$ ist eine Gruppe mit Neutralelement $0 \in R$, $(R, \cdot)$ ist ein Monoid mit Neutralelement $1 \in R$ und beide Distributivgesetze gelten. Zeigen Sie, dass $(R, +, \cdot, 0, 1)$ ein Ring ist.

Aufgabe 2.
Sei R ein Ring. Zeigen Sie, dass es genau einen Ringhomomorphismus $\varphi : \mathbb{Z} \to R$ gibt.

Aufgabe 3.
Es sei R ein kommutativer Ring mit $0 \neq 1$. Weiter seien $\{0\}, R$ die einzigen Ideale in R. Zeigen Sie, dass R ein Körper ist.
Hinweis: für jedes $a \in R$ ist $I = Ra$ ein Ideal.

Aufgabe 4.
Es sei $\varphi : R \to S$ ein Ringhomomorphismus. Zeigen Sie: $\varphi(R^\times) \subseteq S^\times$.

$*$-Aufgabe 5.
Es sei F ein Körper und $R = F^{2\times 2}$ der Ring der 2×2-Matrizen. Zeigen Sie: $\{0\}$ und R sind die einzigen Ideale in R. (Solche Ringe nennt man *einfach*.)

Es gibt pro Aufgabe 4 Punkte. Mit den $*$-Aufgaben können Sie zusätzliche Punkte erwerben.