3. Übung zur Physik II (SS 2014) **Prof. Kohl/Prof. Rohlfing**

Ausgabedatum: 22.04.2014 Abgabedatum: 29.04.2014

10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 13: Pneumatisches Feuerzeug (mündlich, 3 Punkte)

Wie hoch steigt die Lufttemperatur im pneumatischen Feuerzeug bei einer sehr raschen adiabatischen Kompression, wenn das Volumen auf ein Zehntel verkleinert wird? Behandeln Sie dabei die Luft als zweiatomiges ideales Gas.

Benutzen Sie die Adiabatengleichung $p\,V^\kappa = \text{const.}$

Aufgabe 14: Ottomotor (mündlich, 7 Punkte)

Betrachten Sie ein ideales Gas aus N Atomen oder Molekülen im Volumen V, das durch die Zustandsgleichungen

$$p\,V = N\,k_B\,T\ , \qquad U = N\,C_V\,T \qquad \text{sowie} \qquad p\,V^\kappa = \text{const.}$$

beschrieben wird (U = innere Energie, p = Druck, T = Temperatur, k_B = Boltzmann-Konstante, C_V = Wärmekapazität (hier: pro Teilchen), Adiabatenindex $\kappa = \frac{C_p}{C_V} = 1 + \frac{k_B}{C_V}$). Betrachten Sie folgenden Kreisprozess, wie er z. B. im Ottomotor auftritt:

- Frisch eingeströmtes Gas (Druck = Außendruck p_0, Temperatur = Außentemperatur T_0, Volumen = V_0) wird zunächst adiabatisch auf ein Volumen $V_1 = V_0/n$ komprimiert (n = „Verdichtung“, meistens $n \approx 10$), wobei sich Druck und Temperatur auf p_1 und T_1 erhöhen. Bestimmen Sie die dabei auftretende Arbeit $\Delta\,W_1$.
- Durch einen Verbrennungsprozess wird nun (bei gleichbleibendem Volumen V_1) Wärme $\Delta\,Q_2$ zugeführt. Bestimmen Sie die dadurch bewirkte Druckerhöhung.
- Nun wird das Gas vom Volumen V_1 auf das ursprüngliche Volumen V_0 dekomprimiert (wiederum adiabatisch), wobei Druck und Temperatur reduziert werden. Bestimmen Sie die dabei frei werdende mechanische Arbeit $\Delta\,W_3$.
- Der vierte Schritt (Austausch gegen frisches Gas bei gleichbleibendem Volumen V_0) ist für uns hier ohne Bedeutung.

Insgesamt wird durch den Prozess mechanische Arbeit $\Delta\,W_{\text{ges}} = \Delta\,W_1 + \Delta\,W_3$ geleistet ($\Delta\,W_{\text{ges}} < 0$). Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Motors, d. h. $\eta := -\Delta\,W_{\text{ges}}/\Delta\,Q_2$, und drücken Sie ihn als Funktion der Verdichtung aus.

Stellen Sie den Kreisprozess in einem $p-V$-Diagramm dar.

Aufgabe 15: Vollständiges Differential (schriftlich, 10 Punkte)

Bei thermodynamischen Prozessen sind die geleistete Arbeit und die umgesetzte Wärme im Allgemeinen nicht nur vom Anfangs- und Endzustand des Systems abhängig, sondern auch von der Art der Prozessführung. Mathematisch bedeutet dies, dass die infinitesimalen Änderungen der Arbeit $\delta\,W$ und der Wärme $\delta\,Q$ keine vollständigen (totalen) Differentiale sind. In dieser Übungsaufgabe sollen die Eigenschaften von vollständigen und unvollständigen Differentialen genauer betrachtet werden.

a) Berechnen Sie für die Funktion $f(x, y) = 3x^2 y^3 + 2y^2$ das vollständige Differential

$$df(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy := \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_y dx + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_x dy$$

b) Gegeben sei das Differential $\delta f(x, y) = a(x, y)\,dx + b(x, y)\,dy$. Welche Bedingungen müssen $a(x, y)$ und $b(x, y)$ erfüllen, damit δf ein vollständiges Differential ist?

c) Überprüfen Sie für die Differentiale $\delta f(x, y)$:

i) $\delta f = y\,dx + x\,dy$

ii) $\delta f = y\,dx - x\,dy$

iii) $\delta f = 2xy\,dx$

iv) $\delta f = x^2\,dx$

ob es sich um vollständige Differentiale handelt. Berechnen Sie gegebenfalls $f(x, y)$.

d) Sei $\int_{(x_0, y_0)}^{(x_1, y_1)} \delta f$ das Integral entlang eines Weges C, der vom Punkt (x_0, y_0) zum Punkt (x_1, y_1) führt.

Prüfen Sie für

i) $\delta f = (x^2 - y)\,dx + x\,dy$

ii) $\delta f = \frac{1}{x^2}\left\{(x^2 - y)\,dx + x\,dy\right\}$

ob das jeweilige Integral vom Weg abhängt. Bestimmen Sie für beide Differentiale das Integral I entlang der Wege C_1 und C_2, die von (1, 1) nach (2, 2) führen.