8. Übung zur Statistischen Physik (SS 2013) **Prof. Rohlfing**

Ausgabedatum: 04.06.2013 Abgabedatum: 11.06.2013

Bitte beachten Sie: Die Vorlesung am 11.06.2013 fällt aus! Bitte geben Sie Ihre Lösungen am 11.06.2013 zwischen 10:00 und 12:00 Uhr bei Herrn Deilmann ab (IG1, Zimmer 716) (oder auch schon früher bei Herrn Deilmann oder Herrn Ebbeler (IG1, Zimmer 707)). Dort (sowie im Internet) erhalten Sie auch den 9. Übungszettel (zu bearbeiten bis 18.06.2013).

Aufgabe 18: Wärmekapazität von Gasen **(1 Punkt)**

[Gegen das Vergessen] Die Schwingungen der Moleküle H_2, N_2, HCl, Cl_2 bzw. CO_2 finden sich bei Wellenzahlen von 4401 cm^{-1}, 2358 cm^{-1}, 2886 cm^{-1}, 561 cm^{-1} bzw. 667 cm^{-1} (bei CO_2 ist dies die niedrigstfrequente von vier Schwingungen). Bestimmen Sie den Beitrag dieser Schwingungen zur Wärmekapazität bei Raumtemperatur. Bestimmen Sie ferner (numerisch) diejenige Temperatur, bei der die Schwingung $\frac{1}{2}k_B$ (d. h. die Hälfte des klassischen Ergebnisses) zur Wärmekapazität beiträgt. Bei welchen der Gase ist die Aussage gerechtfertigt, „der Schwingungsfreiheitsgrad sei bei Raumtemperatur eingefroren und trage zur Wärmekapazität nicht bei“?

Aufgabe 19: Elektronengas **(6 Punkte)**

Betrachten Sie N Elektronen in einem Volumen $V = L^3$ (mit periodischen Randbedingungen), zunächst bei Temperatur $T = 0$.

a) Bestimmen Sie die Fermi-Wellenzahl, die Fermi-Energie, und die Gesamtenergie als Funktion der Elektronendichte.

b) Bestimmen Sie aus der Gesamtenergie den Druck $P = -(\partial E / \partial V)$, und daraus den Bulkmodul $B = -V(\partial P / \partial V)$. [Der Bulkmodul ist das Inverse der Kompressibilität eines Materials; ein hoher (niedriger) Bulkmodul entspricht einem harten (weichen) Material.] Vergleichen Sie die Ergebnisse aus dem freien Elektronengas mit Messdaten einiger Alkalimetalle; hierbei möge jedes Atom ein Valenzelektron zum Elektronengas beisteuern; alle Alkalimetalle liegen in der sogenannten „kubisch raumzentrierten“ Gitterstruktur vor; hier befinden sich jeweils zwei Atom in der kubischen Elementarzelle a^3.

	Gitterkonstante a [Å]	Bulkmodul (gemessen; in GPa)
Li	3.49	11.5
Na	4.23	6.42
K	5.23	2.81
Rb	5.59	1.92
Cs	6.05	1.43

c) Zeigen Sie, dass sich das Gas für sehr hohe Temperaturen wie ein klassisches ideales Gas verhält. Nehmen Sie hierzu an, dass $\mu \ll -k_B T$ gilt. Bestimmen Sie μ als Funktion von Teilchendichte und Temperatur. Zeigen Sie, dass für $T \to \infty$ $\mu \to -\infty$ gilt. Bestimmen Sie die innere Energie und vergleichen Sie sie mit dem Gleichverteilungssatz der klassischen Statistischen Physik. Schätzen Sie (für die oben angegebenen Metalle) ab, ab welcher Temperatur die zu Grunde gelegte Annahme $\mu \ll -k_B T$ erfüllt wäre. Hier können Sie z. B. mit der „thermischen“ Wellenlänge argumentieren.

Aufgabe 20: **Chemisches Potential des idealen Fermigases in einer bzw. zwei Dimensionen** **(3 Punkte)**

a) Betrachten Sie ein ideales Fermigas in einer bzw. zwei Dimensionen (vgl. Aufgabe 17). Bestimmen Sie das chemische Potenzial μ als Funktion der Temperatur mittels der Näherung der Sommerfeld-Integrationsmethode. Nehmen Sie hierbei $k_B T \ll \mu$ an. Steigt oder sinkt μ mit T, oder bleibt es konstant? Vergleichen Sie das Verhalten mit dem des dreidimensionalen Fermigases. Zeigen Sie, dass man den qualitativen Trend (Zu-/Abnahme von μ mit T) auch ohne jede Rechnung erhält!

b) Im Falle des zweidimensionalen Fermigases kann man μ auch ohne Sommerfeld-Näherung exakt ausrechnen. Tun Sie dies und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit a). Falls Unterschiede auftreten: worin sind sie begründet?