

## Die Wärmekraftmaschine als Modell für das grüne Blatt

H. J. Schlichting, U. Backhaus

### 1. Einleitung

Die Umwandlung von Wärme in Arbeit spielt in zahlreichen für die Energieversorgung des Menschen wichtigen Prozesse (z. B. in der Wärmekraftmaschine, Abk.: WKM) eine ausgezeichnete Rolle.

Erfahrungsgemäß kann die jeweils zur Verfügung sehende Wärme  $\Delta Q$  nur zu einem Teil in die gewünschte Arbeit  $\Delta W$  umgewandelt werden, und zwar mit einem Wirkungsgrad  $\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q}$ , der den Maximalwert

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \leq 1 \quad (1)$$

prinzipiell nicht überschreiten kann. Dieser sogenannte Carnotsche Wirkungsgrad hängt lediglich von der Temperatur  $T_1$  des heißeren vorwissenschaftlich zugänglichen Erfahrung, daß Wärme umso wertvoller ist, je höher die Temperatur ist, bei der sie abgegeben wird, erweist sich der Wirkungsgrad als umso größer, je höher die Temperatur  $T_1$  des wärmespendenden Reservoirs und je niedriger die Temperatur  $T_2$  des wärmeaufnehmenden Reservoirs ist (i. a. nach unten begrenzt durch die Umgebungstemperatur). Grundlage für die Herleitung von 0 sind der Energie- und Entropiesatz (1. und 2. Hauptsatz der Thermodynamik). Obwohl der Wirkungsgrad 0 nur die obere Grenze des technisch Erreichbaren angibt, stellt er eine ausgezeichnete Möglichkeit dar, Prozesse, in denen Wärme in Arbeit umgesetzt wird, energetisch abzuschätzen und hinsichtlich ihrer Effektivität zu beurteilen. Die darin begründete Sachstruktur erschließende Bedeutung muß angesichts der Energieproblematik nicht eigens hervorgehoben werden.

Die Sonnenenergie, die der Erde in Form von Wärmestrahlung (elektromagnetische Strahlung) zufließt und die Erde ebenfalls als Wärmestrahlung wieder verläßt, ist nicht erst für die zukünftige Energieversorgung bedeutungsvoll, sie ist es seit eh und je. Denn die in exponentiell steigendem Maße ausgebauten fossilen Energiequellen, die schon im

vorindustriellen Zeitalter angezapfte Wind- und Wasserenergie sind mehr oder weniger beständige Speicher von Sonnenenergie.

Die fossilen Brennstoffe sind prähistorische Laber von Biomasse. In ihnen ist ebenso wie in der aktuellen Biomasse ein Teil der Sonnenstrahlung über den Mechanismus der Photosynthese als freie chemische Energie fixiert worden.

Dieser Vorgang läßt sich mit Produktion von mechanischer bzw. elektrischer Arbeit aus Hochtemperaturwärme unter Erzeugung von Abwärme in einer WKM vergleichen. Denn auch die Erde empfängt Hochtemperaturwärme in Form von Sonnenstrahlung, wandelt einen Teil davon in chemische Arbeit um und strahlt Wärme von Umgebungstemperatur in den Weltraum zurück. Das photosynthetisierende Blatt hindert die Wärmestrahlung – ebenso wie die WKM den Wasserdampf eines heißen Reservoirs – daran, direkt in Wärme auf Umgebungstemperatur überzugehen. Obwohl auch bei dem direkten Übergang die ursprüngliche Energie quantitativ erhalten bleibt, ist sie in jeder Hinsicht wertlos. Daher ist „der allgemeine Daseinskampf ... auch nicht (ein Kampf) um Energie, welche in Form von Wärme leider unverwandelbar in jedem Körper reichlich enthalten ist, sondern ein Kampf um die (den Wert der Energie beschreibende) Entropie (hier eigentlich: Negentropie), welche durch den Übergang der Energie von der heißen Sonne zur kalten Erde disponibel wird. Diesen Übergang möglichst auszunutzen, breiten die Pflanzen die unermeßliche Fläche ihrer Blätter aus und zwingen die Sonnenenergie..., ehe sie auf das Temperaturniveau der Erde herabsinkt, chemische Synthesen auszuführen“<sup>i</sup> und einen Teil der Energie als freie Energie zu speichern. Im folgenden soll das Prinzip der Umwandlung von Wärme in Arbeit bei der WKM als Modell für die Beschreibung des strukturell analogen Vorgangs der Photosynthese herangezogen werden.

### 2. Thermodynamik der Sonnenstrahlung

Eine solche Modellierung setzt die Möglichkeit voraus, thermodynamische Überlegungen, wie sie zur Erklärung der Umwandlung von Wärme in Arbeit bei der WKM notwendig sind, auf die Um-

wandlung von Wärmestrahlung in chemische (freie) Energie zu übertragen.

In der Tat hat Max Planck (1923) bereits zu Beginn des Jahrhunderts gezeigt, daß Wärmestrahlung mit den gewöhnlichen thermodynamischen Methoden zu beschreiben ist.<sup>2</sup>

Man betrachtet beispielsweise einen bis auf eine schwarzen Bodenkörper verspiegelten Hohlraum. Der schwarze Bodenkörper möge in Kontakt mit einem Wärmebad stehen, und eine der verspiegelten Wände sei als beweglicher Kolben ausgebildet. Dann finden in diesem mit Gleichgewichtsstrahlung erfüllten Hohlraum Prozesse statt, die „teils mechanischer Natur (Verschiebung des beschwerten Kolbens), teils thermischer Natur (Wärmeleitung vom und zum Reservoir) sind“.<sup>3</sup> Lediglich die universelle Gültigkeit vom 1. und 2. Hauptsatz voraussetzend kann man die an der Hohlraumstrahlung entwickelten thermodynamischen Überlegungen sogar dahingehend verallgemeinern, daß es sinnvoll erscheint, jedes sich frei ausbreitende Strahlenbündel als thermodynamisches System im Gleichgewicht mit einer bestimmten Energie, Entropie und Temperatur aufzufassen. Nur im Falle der schwarzen (Gleichgewichts-) Strahlung ist allerdings die Temperatur gleich der des emittierenden Körpers; i. a. ist die Strahlungstemperatur gleich der Temperatur, die der Körper haben müßte, wenn er wie ein schwarzer Körper ausstrahlen würde. Der analytische Zusammenhang zwischen Temperatur  $T_v$  eines Strahlenbündels der Frequenz  $v$ , der Energie  $E_v$  des Strahlenbündels und des durchstrahlten Raumwinkels  $\Omega$  ist aufgrund des Planck'schen Strahlengesetzes gegeben durch

$$T_v = \frac{h\nu}{k} \left\{ \ln \left( \frac{2 \cdot h\nu^3 \cdot F \cdot \Omega \cdot n^2}{c_0^2 \cdot E_v} + 1 \right) \right\}^{-1} \quad (2)$$

Dabei ist  $h$  das Planck'sche Wirkungsquantum,  $k$  die Boltzmannkonstante,  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $n$  der Brechungsindex des Mediums, in dem die Strahlung sich ausbreitet,  $F$  die von dem Strahlenbündel durchstrahlte Fläche.

Die Ausbreitung eines Strahlenbündels ist, sofern nur Reflexionen und Brechungen ohne Energieverluste (z. B. Adsorption) auftreten, ein völlig reversibler Vorgang, so daß die Strahlung als im ‚thermischen Gleichgewicht‘ befindlich angesehen werden kann. Der Vorgang der Ausbreitung kann beispielsweise durch geeignete Hohlspiegel rückgängig gemacht werden, ohne daß irgendwelche Änderungen in der Welt zurückbleiben.

### 3. Die Temperatur der diffusen Streustrahlung

Es zeigt sich, daß die Sonnenstrahlung näherungsweise als Schwarze-Körper-Strahlung angesehen werden kann. Mit der extraterrestrischen Solarkonstanten von  $I = 1353 \frac{W}{m^2}$  ermittelt man eine „schwarze Temperatur“ von 5762 K.<sup>4</sup> Statt von der direkten Sonnenstrahlung auszugehen, erweist es sich i. a. als realistischer, anzunehmen, daß das grüne Blatt diffuses Streulicht „sieht“.

Nach den obigen thermodynamischen Überlegungen ist die Streuung der Strahlung gemäß (2) mit einer Temperaturniedrigung verknüpft, denn die Energie eines Strahles wird dadurch auf viele Strahlen (Freiheitsgrade) verteilt. Im Bereich des sichtbaren Lichtes kann die Streuung näherungsweise als vollkommen elastisch angesehen werden,<sup>5</sup> so daß sie i. w. nur eine Verdünnung der Strahlen durch die Aufweitung des Raumwinkels von

$$\Omega_s = \pi \frac{R^2}{r^2} = 0.68 \cdot 10^{-4} \text{ sterad} \quad (\text{wenn } R \text{ und}$$

$r$  Durchmesser der Sonne und Abstand Erde – Sonne bezeichnen) auf  $\Omega = 4\pi$  bewirkt. Bei der Berechnung der Temperatur des Streulichtes hat man die Tatsache zu berücksichtigen, daß durch die Streuung im kurzweligen Bereich des Spektrums ( $\nu < 7000 \text{ \AA} \cdot \text{entsprechend: } < 4.2 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$ ) insoweit eine Abweichung von der Gleichgewichtsverteilung eintritt, als wegen der fehlenden Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Frequenzen (vollkommen elastische Streuung) eine Energieumverteilung gemäß der Einstellung des (isotopen) Gleichgewichtes weitgehend verhindert wird. die Strahlung geht in diesem Frequenzbereich sozusagen für jede Frequenz einzeln ins Gleichgewicht, was sich formal darin äußert, daß man der Strahlung für alle Frequenzen eine eigene Temperatur  $T_<$  zuordnen hat.<sup>6</sup>

Mit Hilfe der obigen Beziehung (2) gewinnt man einen Zusammenhang zwischen der ursprünglichen Temperatur der Strahlung  $T_v = T$  für alle  $\nu > 4.2 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$  und den einzelnen Temperaturen  $T_<$  der Streustrahlung:

$$\ln \left( \frac{\Omega d}{\Omega v} \right) = \frac{h\nu_1}{k} \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'_v} \right) \quad (3)$$

(Dabei wurde für Frequenzen des sichtbaren Lichtes die 1 in Formel (2) vernachlässigt).

Geht man ferner davon aus, daß das grüne Blatt typischerweise i. w. rotes Licht der Frequenz  $\nu_1 = 4.4 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$  absorbiert,<sup>7</sup> so errechnet sich aus (3) eine Temperatur von  $T'_{v_1} = 1340K$  für die vom Blatt absorbierte diffuse rote Strahlung.

## 4. Absorption und Emission von Strahlung

Die Emission von Strahlung ohne gleichzeitige Absorption ist ein irreversibler Vorgang und folglich mit einer Zunahme der Entropie der Welt verbunden,

$$\Delta S_{Welt} > 0. \quad (4)$$

Emittiert ein schwarzer Strahler der Temperatur  $T$  die Energie  $\Delta E$ , so errechnet man

$$\Delta S_{Welt} = \frac{1}{3} \frac{\Delta E}{T}.$$

Der schwarze Strahler K erleidet dadurch eine Entropieabnahme von

$$\Delta S_K = -\frac{\Delta E}{T}.$$

Der sich während der Ausbreitung nicht ändernden Strahlung s ist demnach eine Entropie von

$$\Delta S_s = \Delta S_{Welt} - \Delta S_K = \frac{3}{4} \cdot \frac{\Delta E}{T} \text{ zuzuordnen.}$$

Die Absorption von Strahlung ohne gleichzeitige Emission kann als Umkehrung dieses Vorganges angesehen werden und würde zu einer Abnahme der Entropie der Welt führen ( $\Delta S_{Welt} < 0$ ). Zwar würde die Entropie des absorbierenden Systems zunehmen (ebenso wie die Entropie des emittierenden Systems abnimmt); aber die ‚Vernichtung‘ der Strahlung bedingte Entropieabnahme ist noch größer als diese Zunahme. Mit Rücksicht auf den 2. Hauptsatz (3) ist daher eine Absorption von Strahlung nur dann möglich, wenn gleichzeitig eine diese Abnahme mindestens kompensierende Entropiezunahme auftritt, etwa dadurch, daß das absorbierende System in irgendeiner Form Wärme an die Umgebung abgibt.

## 5. Der Wirkungsgrad des grünen Blattes

Das grüne Blatt sei der diffusen Sonnenstrahlung ausgesetzt, die ähnlich wie etwa der Dampfkessel bei einer WKM als ‚Wärmereservoir‘ angesehen werden kann.

Die Absorption der Strahlungsenergie  $\Delta E_v$  der Temperatur  $T_v$  deren Umsatz in chemische Arbeit (u. a. Fixierung von (chemischer) freier Energie) und die gleichzeitige Abgabe von Wärme (durch Strahlung, Atmung, Verdampfung etc.) an die Umgebung der Temperatur  $T_U$  entspricht bei der WKM die Absorption von Wärme aus einem heißen Reservoir, die gleichzeitige Erzeugung von Arbeit und die Emission von Wärme an die Umgebung. Das Blatt

durchlufe dabei ebenso wie die WKM einen Kreisprozeß, aus dem es unverändert hervorgeht. (Die freie (chemische) Energie werde beispielsweise im Aufbau von Biomasse außerhalb des Blattes gebunden.)

Nach dem 2. Hauptsatz muß demnach gelten:

$$\Delta S_{Welt} = -\frac{4}{3} \frac{\Delta E_{v_1}}{T_{v_1}} + \frac{\Delta Q}{T_U} \geq 0 \quad (5)$$

wobei  $\Delta Q$  pauschal alle Wärmeemission des Blattes (z. B. Atmung) erfasse. Die Temperatur des Blattes wurde näherungsweise gleich der Umgebungstemperatur  $T_U$  gesetzt.

Wegen des 1. Hauptsatzes gilt:

$$\Delta E_{v_1} = \Delta W + \Delta Q.$$

Dabei ist  $\Delta W$  der Anteil des absorbierten Energie, der in (chemische) Arbeit, u. a. in der durch die Photosynthese fixierten freien (chemischen) Energie in Erscheinung tritt. Damit lautet Gl. (5):

$$\Delta S_{Welt} = \Delta E_{v_1} \left( \frac{1}{T_U} - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{T_{v_1}} \right) - \frac{\Delta W}{T_U} \geq 0. \quad (6)$$

Daraus gewinnt man den Wirkungsgrad  $\eta$  als Verhältnis der (chemischen) Arbeit  $\Delta W$  zur absorbierten Strahlungsenergie  $\Delta E_{v_1}$ :

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta E_{v_1}} \leq \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{T_U}{T_{v_1}} \right). \quad (7)$$

Ähnlich wie bei der WKM hängt der Wirkungsgrad  $\eta$ , mit dem ein Blatt Energie aus der Sonnenstrahlung Energie zu absorbieren vermag, nur von den Temperaturen der ‚Reservoir‘ ab, zwischen denen die WKM ‚grünes Blatt‘ arbeitet, dem Reservoir der Sonnenstrahlung und der umgebenden Atmosphäre.

Geht man von der oben berechneten diffusen Sonnenstrahlung der Temperatur 1340K aus und nimmt als Blatt- bzw. Umgebungstemperatur 295 K ( $22^\circ\text{C}$ ) an, so erhält man einen Wirkungsgrad von  $\eta \approx 0,87$ .

Da sich  $\Delta W$  pauschal auf alle zur Aufrechterhaltung der Blattfunktionen und zur Photosyntheseproduktion notwendigen Arbeiten bezieht, also nur zu einem Teil als fixierte freie (chemische) Energie auftritt, wird die Größe von 0 plausibel. Empirische Werte für 0 liegen unter idealen Bedingungen bei 35 % der absorbierten Strahlung<sup>8</sup> und damit noch erheblich unterhalb des theoretisch berechneten oberen Grenzwertes. Als freie (chemische) Energie in der Biomaterie werden schließlich nurmehr maximal 5% abgespeichert, der Rest wird für Umwandlungs-

, Transport- und Stoffwechselvorgänge verbraucht. Verglichen mit der WKM erscheint die Energieausbeute gering. Berücksichtigt man aber, daß auch die mit einem Wirkungsgrad von typisch 30 % in einem Wärmekraftwerk gewonnene elektrische Energie noch transportiert, transformiert und in die schließlich benötigte Energieart umgewandelt werden muß, so kommt man ebenfalls zu einem geringeren Wirkungsgrad.

## 6. Der didaktische Wert des WKM-Modells

Der Anspruch, den wir mit der äußerst einfachen und damit groben Modellierung der photosynthetischen Umwandlung von Sonnenenergie verknüpfen, ist vor allem prinzipieller und didaktischer Natur. Unter Ausnutzung der Analogie zu den bekannten bzw. einfach zu verstehenden Vorgängen bei der WKM soll ein für das Verständnis der Energieproblematik wesentlicher Vorgang, die Photosynthese, thermodynamisch-energetisch abgeschätzt werden.

Dadurch soll gleichzeitig die im naturwissenschaftlichen Unterricht üblicherweise nicht thematisierte Wärmestrahlung entmystifiziert und als den gleichen thermodynamischen Gesetzen unterworfen dargestellt werden, die für die übrigen thermoenergetischen Vorgänge gelten. Der Faktor  $\frac{3}{4}$  in (7) ist

in unserer Abschätzung ebenfalls mehr von prinzipiellem Wert als quantitativ bedeutsam. Er macht deutlich, daß trotz der hier ausgenutzten Analogie die Wärmestrahlung physikalisch wohl unterschieden von der Wärmeleitung ist. Das hier skizzierte Modell für die Berechnung von 0 muß für konkrete Modellrechnungen natürlich stark verfeinert werden.

<sup>1</sup> L. Boltzmann, Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. In: Populäre Schriften, Leipzig: Barth, 1905, S. 40.

<sup>2</sup> M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig: Barth, 1923

<sup>3</sup> M. Planck, a.a. O., S. 61

<sup>4</sup> M. P. Thekaekara, The Solar Constant and Spectral Distribution of Solar Radiant Flux Solar Energy 9, 7 (1965)

<sup>5</sup> Abgesehen von einer gleichmäßigen (d. h. über alle Frequenzen verteilten) Intensitätseinbuße des näherungsweise als schwarz anzusehenden Sonnenlichtes treten größere Absorptionen nur im kurzweligen Bereich jenseits von etwa 7000 Å auf.

<sup>6</sup> Nimmt man an, daß die anisotrope schwarze Sonnenstrahlung durch inelastische Streuung ins absolute Gleichgewicht gebracht wird, so kann man mit der integrierten Planck'schen Strahlungsformel, d. h. der Ste-

---

phan-Boltzmann'schen Beziehung rechnen: Die auf den „schwarzen“ Streuer auftreffende schwarze Strahlung der Energie  $u_{\Omega_s} = c \cdot T^4 \cdot \frac{\bar{s}R^2}{r^2}$  wird durch diesen in isotrope schwarze Strahlung der Energie  $u_{\Omega_d} = c \cdot T^4 \cdot 4\bar{s}$  transformiert. Mit  $u_{\Omega_s} = u_{\Omega_d}$  gewinnt man:

$$T' = T \cdot \sqrt{\frac{R}{wr}} = 389.5K$$

woraus sich nach dem Wien'schen Verschiebungsgesetz ein Maximum bei  $m = 8.14 \cdot 10^{12} \text{ sec}^{-1}$ , also im Infraroten ergibt. Daraus folgte völlige Dunkelheit auf der Erde im Widerspruch zur Realität. Daher hat man die obige differenzierte Betrachtung anzustellen.

<sup>7</sup> Diese Frequenz gibt das Absorptionsmaximum des Chlorophylls im roten Bereich an; i. a. absorbiert das grüne Blatt in einem mehr oder weniger weiten Spektralbereich. Vgl. N. K. Boardman, A. W. D. Larkum, Biological Conversion of Solar Energy. In: H. Messel, S. T. Butler (Eds.), Solar Energy, Oxford etc.: Pergamon, 1975, p. 146.

<sup>8</sup> N. K. Boardman, A. W. D. Larkum, Biological Conversion of Solar Energy. In: H. Messel, S. T. Butler (Eds.), Solar Energy, Oxford etc.: Pergamon, 1975, p. 131.