Springen, Gehen, Laufen

Von Bernd Rodewald und Hans Joachim Schlichting

Die folgenden Ausführungen beschäftigen sich mit der Fortbewegung des Menschen. Dieses Kapitel der Biophysik läßt sich durch sehr einfache Experimente mit dem eigenen Körper erschließen und ist ein vorzügliches Anwendungsgebiet für die aus dem Physikunterricht bekannten Grundprinzipien der Mechanik und Energetik.

Wir beginnen unsere Erörterungen mit dem Springen, welches als typische Fortbewegungsmöglichkeit von Frosch, Känguruh, Floh oder Heuschrecke bekannt ist. Wenngleich das Springen für den Menschen nur eine untergeordnete Rolle spielt, so ist seine Erörterung nichtsdestoweniger grundlegend für die Physik des Gehens und Laufens.

1 Springen

Wir betrachten hier das sehr lehrreiche Beispiel des "Sprungs aus dem Stand" durch den Menschen. Wenn dieser die Masse *m* besitzt und beim Sprung seinen Schwerpunkt um die Höhe *h* anhebt, so muß er die potentielle Energie

$$W_{pot} = mgh \qquad (1)$$

aufbringen (g = Erdbeschleunigung).

Da diese Energie durch die Beinmuskeln aufgebracht werden muß, gibt die erreichte Höhe h Aufschluß über die hierzu erforderliche Beinmuskelkraft FB. Um diese berechnen zu können, benötigt man noch die Strecke s, entlang der F, ausgeübt wird. Abb. 1 veranschaulicht eine mögliche Modellvorstellung, aus der sich *s* ergibt: Ober- und Unterschenkel seien halb so lang wie die Beine der Länge 1. Sie bilden in der Hockstellung beim Absprung einen rechten Winkel. Indem der Körper aus dieser Hockstellung in eine gestreckte Sprunghaltung übergeht, um sodann anzuheben, durchmißt er (Satz des Pythagoras) die Strecke

$$s = l\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right). \qquad (2)$$

Auf dieser Strecke s wirke die als konstant angenommene Muskelkraft F_B.

Damit ergibt sich wegen

$$W_{pot} = mgh = F_B \bullet s = W_B \qquad (3)$$

die Beziehung

$$F_B = h/s \bullet m \bullet g.$$

Typische Werte für F_B lassen sich dann einfach durch Messen der Sprunghöhe ermitteln. Hierzu markieren die Schüler an der Wandtafel (oder der Wand) die Höhe, die sie mit ausgestrecktem Arm erreichen können. Dann versuchen sie, durch Springen aus dem Stand so hoch wie möglich eine zweite Markierung darüber anzubringen. Der Sprung sollte mehrfach wiederholt werden. Die durchschnittliche Differenz zwischen beiden Strichen wird gemessen. Sie gibt die jeweilige Sprunghöhe an.

Legt man - um ein Beispiel zu nehmen - einmal eine

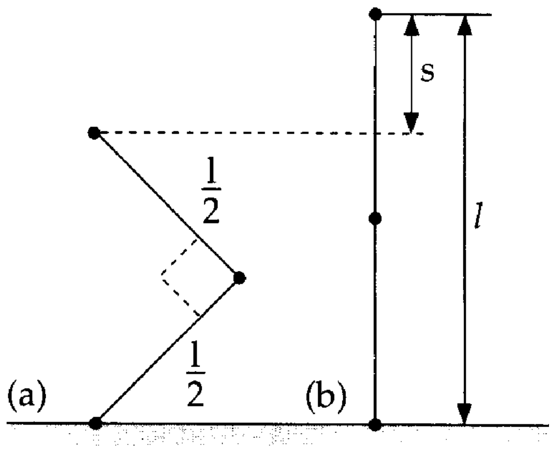

Abb. 1: Modell des gebeugten (Hockstellung: a) und des gestreckten Beins (b).

Sprunghöhe von h = 0,4m und eine Beinlänge von l = 0,85 m zugrunde, so errechnet man aus obiger Beziehung eine Sprungkraft

$$F_B \approx 1{,}6 \bullet m \bullet g, \qquad (4)$$

also 961 N für einen 70 kg schweren Menschen.

Geht man davon aus, daß die Beine mindestens die Kraft $m \bullet$ g aufbringen, um den Körper zu tragen, und maximal eine zusätzliche Last von der Größe des Körpergewichts tragen können, also 2 *mg*, dann scheint ein zwischen diesen Extremen liegender Wert vernünftig zu sein, wie wir ihn errechnet haben.

Zur Einschätzung der Güte des genannten Verfahrens sei hier noch eine andere Abschätzungsmöglichkeit genannt [l, S. 571]:

Diesmal mißt man (z. B. mit einer Lichtschranke) die Zeit *t*, die man von der Hockstellung bis zur Streckung braucht. In dieser Zeit wird der Körper aus der Ruhe auf die Absprunggeschwindigkeit v_s beschleunigt. v_s läßt sich gemäß

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(0 + v_s) = \frac{1}{2} v_s \qquad (5)$$

aus der Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

berechnen, wobei s und t direkt im Versuch gemessen werden. Damit ist die kinetische Energie durch

$$W_{kin} = \frac{m}{2} v_s^2$$

gegeben, aus der die potentielle Energie "gespeist"

wird. Aus W_{pot} = W_{kin}" kann man dann umgekehrt die Sprunghöhe h errechnen.

So ergibt sich für den typischen Wert t = 0,2 s die Absprunggeschwindigkeit $v_s \approx 2{,}5$ m/s und daraus die Sprunghöhe h = 0,32 m, was größenordnungsmäßig mit dem obigen Meßwert übereinstimmt.

2 Gehen

Bei horizontalen Bewegungen wird physikalisch gesehen keine Arbeit verrichtet. Beim Gehen ist das anders. Zwar sind die Reibungskräfte (z. B. mit der Luft) i. a. vernachlässigbar klein, aber Reibungskräfte mit dem Boden und isometrische Arbeit in den Gelenken, die bereits beim Stehen ins Spiel kommen, erfordern Energie. Hinzu kommt, daß das Gehen kein streng horizontaler Bewegungsablauf ist, sondern leichtes Heben und Senken des Körpers bedingt.

Bezeichne d die Strecke, um die der Körper mit Masse m während eines jeden Schrittes gehoben und gesenkt wird. Geht man davon aus, daß Arbeit nur beim Heben des Körpers verrichtet wird, so beträgt diese pro Schritt

$$W_S = mgd.$$

Der mit der Abgabe dieser mechanischen Arbeit verbundene Leistungsoutput P_{out} des Körpers beträgt somit

$$P_{out} = mgdv \qquad (6)$$

wobei v die Schrittfrequenz bezeichnet.

Um die Größenordnung von P_{out} abzuschätzen, muß also u. a. die Auslenkung d bestimmt werden. Hierzu wird ein Seil über dem Kopf einer mit geschlossenen Beinen aufrecht stehenden Person straff gespannt, so daß das Seil gerade durch die Haare berührt wird. Sodann marschiert die Person entlang dieses Seils, wodurch die wellenartige Auf- und Abbewegung sichtbar wird. Die maximale Auslenkung d zwischen niedrigster und höchster Kopfposition wird abgeschätzt, beispielsweise mit Hilfe einer Projektion des Vorgangs an die Wand.

Nehmen wir einmal an, die Versuchsperson wiege m = 70 kg, gehe mit einer Schrittfrequenz v = 2/s bei einer Schrittweite von s_s = 0,75 m und einer Auslenkung d = 3 cm. Sie bewegt sich demnach mit einer Horizontalgeschwindigkeit v = 1,5 m/s = 5,4 km/h fort und muß dafür einen Leistungsoutput $P_{out} \approx 41$ **W** aufbringen. Dies ist natürlich nur ein kleiner Teil des insgesamt vom Organismus zu aktivierenden Leistungsinputs P_{in} .Die ihm in Form von Nahrungsmitteln zugeführte chemische Energie muß nämlich zunächst einmal für die Abdeckung der sog. Grundumsatzrate P_{GU} sorgen, durch welche die Lebensfunktionen des Organismus überhaupt aufrecht erhalten werden. Diese bereits bei äußerer Ruhe benötigte Energie pro Zeiteinheit beträgt für den Durchschnittserwachsenen etwa 85 **W**. Darüber hinaus ist zu bedenken, daß die über den Grundumsatz hinaus zugeführte Energie nur zu einem Bruchteil *0* in mechanische Muskelenergie umgewandelt werden kann. Dieser sog. Wirkungsgrad *0* geht damit auch in die Leistungsbilanz ein, für welche aufgrund der genannten Zusammenhänge die Beziehung

$$P_{in} = P_{GU} + P_{out} / 0 \qquad (7)$$

besteht.

Durch Messungen wurde für das Gehen ein Leistungsinput von P_{in} = 350 **W** festgestellt [2]. Legt man den genannten Grundumsatz P_{GU} = 85 **W** und einen Wirkungsgrad *0* = 0,2 zugrunde, so erwartet man gemäß Gl. (7) einen Leistungsoutput P_{out} = 53 **W**. Der Unterschied zum von uns ermittelten Wert ist dadurch zu erklären, daß in der zugrundegelegten Modellvorstellung außer der Körperhebung keine Aktivitäten wie z. B. Beschleunigung der Schenkel beim Laufen berücksichtigt wurden.

3 Natürliches Gehen

Unter natürlichem Gehen soll das Gehen mit einer Geschwindigkeit verstanden werden, die sich einstellt, wenn man weder schnell vorankommen noch einen möglichst langsamen Spaziergang machen möchte. Es erscheint plausibel, daß natürliches Gehen bequem und ökonomisch zugleich ist. Als physikalischen Grund dafür sehen wir die Tatsache an, daß in diesem Fall die Beine bewegt werden, als wären sie Pendel, die mit einer ihrer Länge 1 entsprechenden natürlichen Frequenz v_n frei schwingen. Dieser Schwingvorgang wird beispielsweise dann eindrucksvoll beobachtbar, wenn man einen Menschen auf einem bewegten Förderband laufen sieht, ohne daß er sich in bezug auf die Umgebung von der Stelle bewegt.

Diese Pendelvorstellung wird darüber hinaus durch die Beobachtung nahegelegt, daß kleine Menschen beim natürlichen Gehen i. a. eine große Schrittfrequenz, große Menschen aber eine kleine Schrittfrequenz aufweisen. Da kleine Menschen beim natürlichen Gehen auch nur kleine Schritte machen, wird der Vorteil der höheren Schrittfrequenz wenigstens teilweise wieder ausgeglichen, so daß die natürliche Gehgeschwindigkeit verschieden großer Menschen sich nicht allzu sehr unterscheidet.

Diese Zusammenhänge lassen sich auch quantitativ nachvollziehen:

Betrachtet man die Beine als physikalisches Pendel der reduzierten Pendellänge $l^* = l/2$ (l = Beinlänge), dann läßt sich aufgrund des einfachen quantitativen Zusammenhangs zwischen Pendelfrequenz v_n und reduzierter Pendellänge l^*,

$$v_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l^*}},$$

die natürliche Gehgeschwindigkeit

$$v_n = 2 s_n v_n \approx 2 l v_n = \frac{\sqrt{2g}}{\pi}\sqrt{l} \qquad (8)$$

abschätzen. Dabei ist s_n sie natürliche Schrittweite, die näherungsweise gleich der Beinlänge l gesetzt werden kann. v_n hängt von der nur schwach mit l variierenden Wurzelfunktion ab. Ändert sich l beispielsweise um den Faktor 2, so ändert sich v_n nur etwa um 1,4.

Damit ergibt sich für einen großen Menschen mit einer Beinlänge l = 1 in die natürliche Gehgeschwindigkeit $v_n = 1{,}4$ *m/*s ≈ 5 *km/h*, während ein kleiner Mensch (l = 0,6 m) mit 1,1 m/s ≈ 4 km/h geht. Für den Durchschnittserwachsenen wurde v_n = 1,25 m/s ≈ 4,5 km/h festgestellt [3, S. 130], was also genau zwischen den genannten Werten liegt.

4 Sprinten

Unter Sprinten verstehen wir, so schnell wie möglich eine kurze Strecke (typischerweise 100m) zu laufen. Um einen solchen Vorgang physikalisch zu beschreiben, gehen wir von folgender einfachen Modellvorstellung aus:

Die maximal von den Beinmuskeln aufzubringende Kraft, die beim Hochsprung aus dem Stand abgeschätzt wurde, läßt sich voll für die Horizontalbewegung einsetzen. Wir unterstellen also, daß bei jedem Laufschritt dieselbe Beinmuskelenergie $W_B = F_B s$ (siehe Gl. (3)) aufgebracht wird wie beim Sprung aus dem Stand, im Unterschied zu diesem aber nicht der Erhöhung der potentiellen Energie,

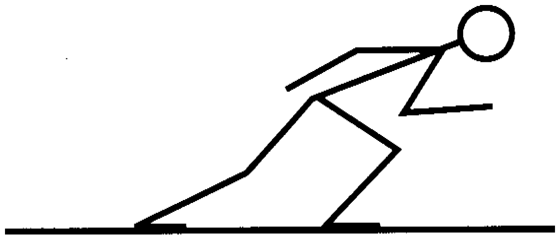

Abb. 2: „Sprungmodell“ des Sprinters: Durch Neigung in die Horizontale wird aus dem Springer ein Sprinter.

sondern einer schrittweisen Erhöhung der kinetischen Energie des Menschen dient (vgl. Abb. 2). Man hat sich also vorzustellen, daß bei jedem Laufschritt das Bein von v = 0 m/s auf $v = v_B$ beschleunigt und dadurch W_B zunächst in kinetische Energie des Beins

$$W_B = F_B \cdot s \frac{m_B}{2} v_L^2 \qquad (9)$$

umgewandelt wird (m_B = Masse des Beins). Indem das Bein vorschnellt, den Boden berührt und dabei wieder auf v = 0 m/s abbremst, wird der Körper des Läufers allmählich auf die Endlaufgeschwindigkeit v_L beschleunigt. Solange v_L noch nicht erreicht ist, kommt W_B der kinetischen Energie

$$W_B = \frac{m_B}{2} v_L^2 \qquad (10)$$

des Läufers zugute. Dann sind die Widerstandskräfte (isometrische Arbeit und Reibung in den Gelenken, Luftwiderstand) so groß geworden, daß die mit jedem Schritt "erzeugte" Energie W_B fortan vollständig zur Überwindung, dieser Kräfte dient.

Im folgenden soll die aus dem vorliegenden "Sprungmodell" folgende Endgeschwindigkeit v_L des Sprinters abgeschätzt werden. Dazu benötigt man zunächst eine Abschätzung der Anzahl von Schritten n_a zu Laufbeginn, in denen W_B praktisch vollständig in W_L übergeht, so daß also

$$n_a W_B = WL. \qquad (11)$$

Da in etwa m_B = m/8 und die maximale Beingeschwindigkeit v_B gleich der erreichbaren Laufgeschwindigkeit v_L sein muß, ergibt sich hieraus durch Einsetzen der Gleichungen (9) und (10) der Wert n_a = 8. Wegen der Vernachlässigung von Reibungsverlusten muß diese Zahl als untere Grenze angesehen werden. Realistischer ist n_a = 10.

Unter Benutzung dieser Zahl folgt dann aus den Gleichungen (10) und (11) die Laufgeschwindigkeit v_L wenn man wegen der hier zugrundegelegten Modellvorstellung die Beziehung $W_B = mgh$ benutzt ($g \approx 10\ m/s^2$):

$$v_L = \sqrt{2n_a gh} \approx 10\sqrt{2h \cdot \frac{m}{s^2}}\ .$$

Damit wird v_L aus der Sprunghöhe h abschätzbar. Springt also jemand 40 cm hoch, so sagt unser Modell voraus, daß er bei einem 100 m-Lauf eine Maximalgeschwindigkeit von knapp 9m/s erreicht.

Die durchschnittliche Geschwindigkeit sollte dann wegen der Anlaufphase etwas darunter liegen. Gute Hundertmeterläufer erreichen Durchschnittsgeschwindigkeiten von ca. 10m/s.

Abschließend einige Abschätzungen zur Leistungsbilanz beim Sprinten:

Sieht man von der Einlaufphase ab, so wird im Schnitt die gesamte Beinenergie W_B verbraucht. Sei n die Gesamtschrittzahl des Laufs und ϑ die für den Lauf benötigte Zeit, dann muß ein mittlerer Leistungsoutput

$$P_{out} = W_B \cdot \frac{n}{\tau} \qquad (12)$$

aufgebracht werden. Für einen 100-m-Lauf mit einer mittleren Geschwindigkeit von 8m/s und damit ϑ = 12,5s folgt hierglus P_{out} = 1100 **W**. Dem entspricht nach Gl. (7) ein Leistungsinput Pin - 4500**W**, was mit der Erfahrung recht gut übereinstimmt.

Bei so hohen Laufgeschwindigkeiten ist natürlich der Luftwiderstand nicht mehr zu vernachlässigen. Geht man von einer Querschnittsfläche A des Läufers von 0,7 m^2 (abgeschätzt aus der Körperoberfläche von 1,8 m^2 unter Berücksichtigung der Schräglage) und einem c_w-Wert von 0,9 aus (wie beim Tourenfahrrad), so ergibt sich wegen

$$P = F_W \cdot v \text{ und } F_W = \frac{1}{2}\rho c_W A v^2$$

(vgl. hierzu [4], insbesondere Abschnitt 2.1) ein zusätzlicher Leistungsoutput P'_{out} = 161 **W** (Luftdichte κ = 1,3 kg/m^3) Das sind etwa 14 % von $P_{out.}$. In der Tat kann man beim Laufen davon ausgehen, daß größenordnungsmäßig 10 % des Leistungsoutputs auf den Luftwiderstand entfallen [5].

Literatur

[1] *G. R Benedeck*, *F M. H. Villars*. Physics, Vol. 1. Reading etc.: Addison Wesley 1974

[2] *R. Margaria, P Cerretellei, R Aghemo, G. Sassi* Energy cost of running. J. Appl. Physiol. 18, 367 (1963)

[3] C *R. Taylor:* The energetics of terrestrial locomotion and bodysize in vertebrates. In: T. J. Pedley: Scale Effects in Animal Locomotion. London etc: Academic Press 1977

[4] *B. Rodewald, H. J Schlichting:* Wenn Wasser schlüpfrig und Luft klebrig wird ... PdN-Ph (in diesem Heft)

[5] *C. Frohlich:* Effect of wind and altitude on record performance in foot races, pole vault, and long jump. Am. J. Phys. 53/8, 726 (1985)