

Der pickende Specht – Ein Spielzeug, Das Reibung Konstruktiv nutzt

B. Rodewald und H. J. Schlichting

1. Modellierung des Systems

Der pickende Specht ist ein im Handel erhältliches Spielzeug. Bei diesem ist eine als Specht geformte Masse m über eine Feder (Fe) an einer kleinen Hülse (H) befestigt, welche über eine senkrecht stehende Stange geführt wird (Abb. 1). Gibt man dem Specht einen kleinen Schubs, so schlägt er durch Verformung der Feder mit seinem Schnabel an die Stange und setzt diese pickende Bewegung – bei gleichzeitigem Herabgleiten der Hülse an der Stange – mit auffallend großer Regelmäßigkeit fort.

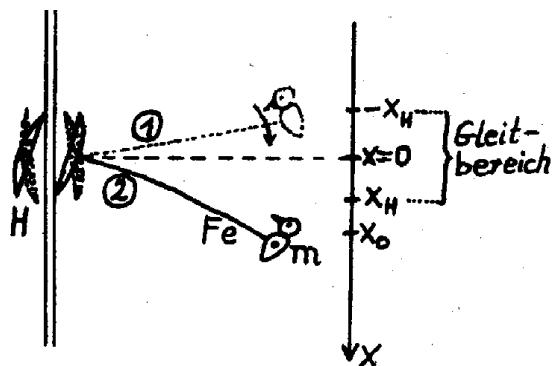


Abb. 1: Der pickende Specht.

Ein grob qualitatives Verständnis des Systems lässt sich aus der Analyse der Bewegung relativ leicht gewinnen (BERGE 1982, S. 93): die Schwingung des Spechtes bewirkt unterschiedliche Orientierungen von H , so daß infolge dieser Bewegung ein ständiger Wechsel zwischen Gleiten (Position 1) und Haften (Position 2) von H an der Stange erfolgt. Das System bewegt sich damit im Laufe der Zeit herab, so daß potentielle Energie verfügbar und über die Bewegungen von Hülse und Feder dem Schwinger zugeführt wird. Diese Energie wird benötigt, um die auftretenden Reibungsverluste auszugleichen.

Eine derartig grobe Modellierung lässt allerdings noch einige Fragen offen:

Wie kann der Specht selbsttätig seine Energiezufuhr regeln?

- Wieso ist seine Bewegung so gleichmäßig?
- Was bestimmt die Schwelle, unterhalb der die Bewegung des Spechtes auf jeden Fall abklingt?

Eine Beantwortung dieser Fragen erfordert eine genauere Analyse. Dazu werde ein mit H mitbewegtes Koordinatensystem eingeführt (Abb. 1), in dem $x = 0$ die waagerechte Position der Feder und damit senkrechte Lage der Hülse markiert. x_0 gibt die Gleichgewichtslage des Spechtes an und ist durch dessen Gewicht, durch das die Hülse verkantet wird, wohl definiert (Haftreibung). Wir nehmen an, daß das Gleiten in einem zu $x = 0$ symmetrischen Bereich $|x| < x_H$ erfolgt. (Dabei unterstellen wir, daß die Massen von Feder und Hülse vernachlässigbar sind.) Die durch die Krümmung von Fe auftretende Bewegungskomponente von m senkrecht zur x -Richtung braucht hier nicht betrachtet zu werden, da sie von untergeordneter Bedeutung ist.

2. Die auf das System wirkenden Kräfte

Geht man von einer Geschwindigkeit proportionalen Dämpfung des Systems „Specht“ aus (Proportionalitätskonstante: k), so folgt (mit D als Richtgröße der Feder) die Bewegungsgleichung:

$$m \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + D \cdot x = F_G + F_R(x, \dot{x}).$$

F_R ist eine auf m wirkende Kraft, welche durch den Reibungsmechanismus an H entsteht und über Fe auf m übertragen wird. Ihre Größe hängt von der Schwingerposition x ab und ist durch die Bewegungsenergie gegeben, die die Hülse beim Abbremsen pro Wegelement verliert, während m sich bei x befindet. Speziell ist also

$$F_R(x, \dot{x}) = 0 \quad \text{für } |x| > x_H \quad (\text{H ruht});$$

insbesondere ist damit $F_R(x_0, 0) = 0$.

Die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ läßt sich durch Übergang zur Relativkoordinate $q = x - x_0$ heraustransformieren ($Dx_0 = F_G$):

$$m \ddot{q} + k \cdot \dot{q} + D \cdot q = F_R(x_0 + q, \dot{q}).$$

Um für F_R einen sinnvollen Ansatz zu finden, sei näherungsweise angenommen, daß das Gleiten der Hülse für $|x| < x_H$ durch den freien Fall approximiert werden kann. Dann ist auch hier $F_R = 0$, so daß nicht verschwindende Kräfte nur momentan in den Schwingerlagen $x = \pm x_H$ auftreten können. Zur Charakterisierung dieser Kräfte sei die Abwärtsbe-

wegung des Schwingers, $q > 0$, näher betrachtet. Diese Bewegung verursacht eine Drehung der Hülse im Uhrzeigersinn (vgl. Abb. 1), welche durch das Verkanten und das damit einsetzende Haften durch Reibung abrupt (idealerweise!) abgebremst wird. Dieser nach oben gerichteten, der Drehung entgegengesetzten Bremskraft im Laborsystem entspricht eine gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kraft F_R im mitbewegten System („Trägheitskraft“), so daß also

$$F_R(x_H, q > 0) > 0.$$

Da die Abbremsung nahezu instantan erfolgt, geht in die Größe F_R die gesamte kinetische Energie ein, welche die Hülse vor dem Verkanten hatte. Diese setzt sich (Laborsystem!) aus zwei Anteilen zusammen: Der eine führt von der bereits angesprochenen, abwärts gerichteten Schwingerbewegung des Spechts her, und der andere ergibt sich aus der verfügbaren gewordenen potentiellen Energie – und das heißt: aus der Zeit, welche die Hülse vor dem Abbremsen zum Fallen zur Verfügung hatte. Da diese Zeit wiederum vom Schwaner selbst, genauer: von

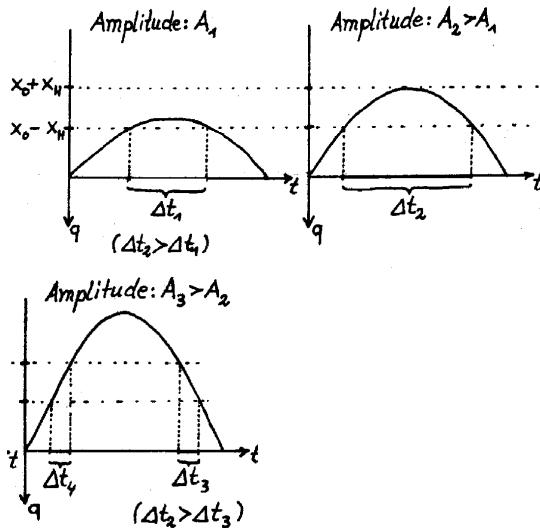


Abb. 3: Fallzeiten $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ der Hülse, bevor der Schwaner mit der Geschwindigkeit $q < 0$ den Ort x_H erreicht: Abhängigkeit von der Amplitude A (Δt_4 gehört zur Geschwindigkeit).

seiner Amplitude A abhängt (s. Abb. 2). liegt hier ein nichtlineares System mit Rückkopplung vor: F_R bestimmt A , A bestimmt wiederum F_R .

Analoge Überlegungen lassen sich für $q < 0$ und die Stelle $x = -x_H$ machen. Der Unterschied besteht darin, daß

$$|F_R(-x_H, q < 0)| < |F_R(x_H, q > 0)|$$

ist, da der Energieanteil von H aufgrund der Bewegung des Spechts für diesen Fall geringer ist. Der Schwaner ist bei der Aufwärtsbewegung in $-x_H$ dichter am Umkehrpunkt $q = 0$ als bei der Abwärtsbewegung in $+x_H$.

Damit ergibt sich die Kraft F_R gemäß Abb. 3.

Sie läßt mit Hilfe der beim Verkanten in $\pm x_H$ übertragenen Energien E_{\pm} auch formal ausdrücken:

$$F_R = E_+ \cdot \delta(x - x_H) \text{ für } q > 0 \\ -E_- \cdot \delta(x + x_H) \text{ für } q < 0 .$$

Dieser Ansatz drückt aus, daß dem Schwaner pro Periode die Anregungsenergie

$$E_a = E_+ + E_- = \int F_R(x, x) dx \quad 1 \text{ Periode}$$

zugeführt wird. Der Schwaner führt also für $x \neq \pm$

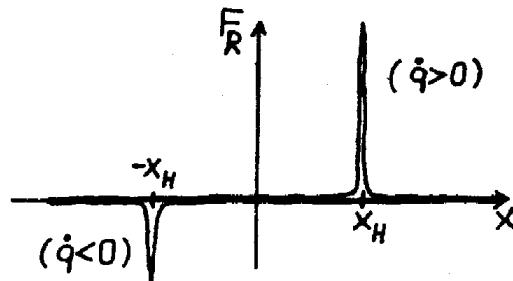


Abb. 2: Antriebskraft F_R des Schwingers

x_H freie gedämpfte Schwingungen aus und bekommt bei x_H (bzw. $-x_H$) einen Anstoß, erleidet also einen Geschwindigkeitssprung. Aber: Warum führt dieses nicht zu einer unregelmäßigen Bewegung?

3. Energetik des Systems

Eine Antwort hierauf liefert die Energetik des Systems, die entscheidend durch die Anregungsenergie E_a geprägt ist, welche dem Schwaner pro Periode zugeführt wird. Diese Energie E_a ist – dieses geht aus dem oben bereits dargestellten Selbstregulationsmechanismus hervor – stark amplitudenabhängig. Der qualitative Verlauf von $E_a(A)$ läßt sich mit Hilfe von Abb. 2 leicht ermitteln (siehe Abb. 4): Jeder Anstoß des Spechts mit der Amplitude $A < x_0 - x_H$ reicht nicht aus, die Hülse zu lösen, und ermöglicht damit keine weitere Energiezufuhr.

Für $A > x_0 - x_H$ fängt die Hülse an zu gleiten, das System nimmt Energie auf, welche bei $A \equiv x_0 + x_H$ ihren maximal möglichen Wert erreicht (vgl. Abb. 2; Amplitude A_2) und für $A > x_0 + x_H$ wieder geringer wird. Da E_a nicht negativ sein kann, geht der Graph von E_a dabei von einem konvexen in einen konkaven Verlauf über.

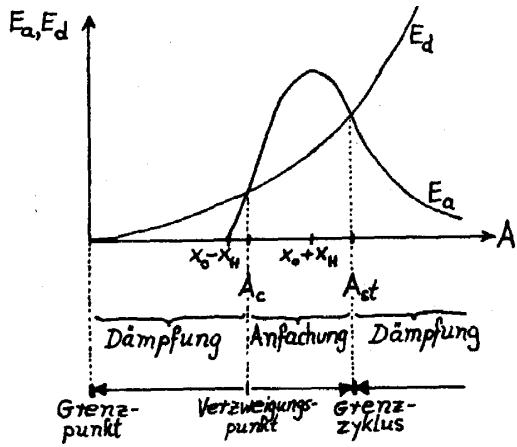


Abb. 4: Anregungsenergie E_a und Dämpfungsenergie E_d am Schwinger. (Die Pfeile kennzeichnen die Systemevolution.

Da $q \sim A$ und A sich über eine Periode kaum ändert, ist auch $q \sim A$. Damit ergibt sich näherungsweise für die dissipierte Energie pro Periode:

$$E_d \sim A^2 \text{ (weil } \int F_d \cdot q dt \text{ und } F_d = k \cdot q \text{ 1. Periode),}$$

so daß der Schwinger für $A < A_c$ stets eine gedämpfte Schwingung vollführt und sich in den stabilen Grenzpunkt der Ruhelage entwickelt. Für $A > A_c$ dagegen entnimmt der Schwinger mehr Energie aus dem Reservoir (der potentiellen Energie), als er durch Reibung dissipieren kann: Die Schwingung schaukelt sich von selbst bis zu einer Amplitude A_{st} auf und erreicht dort einen stationären Zustand, bei dem zugeführte und abgeführte Energie gleich sind. Der Zustand ist ein sogenannter Grenzyklus, da die Bewegung des Spechtes im Phasenraum durch eine geschlossene Kurve (Abb. 5) repräsentiert wird.

Dieses regelmäßige Bewegungsmuster ist dadurch stabilisiert, daß das System „Specht“ offen ist und

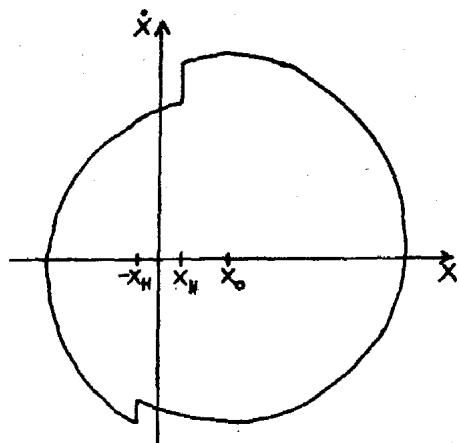


Abb. 5: Grenzyklus des Schwingers

seine raumzeitliche Struktur durch ständige Entwertung der aufgenommenen Energie aufrechterhält. Reibung wirkt konstruktiv i. S. des Aufbaus

und der Erhaltung einer Struktur: sie dämpft kleine Störungen der Ruhelage, sie dämpft Amplitudenfluktuationen $A > A_{st}$ am Grenzyklus und ist konstitutiver Bestandteil eines Mechanismus, der für Amplituden A mit $A_c < A < A_{st}$ für den Aufbau des stationären Bewegungsmusters sorgt. A_c ist dabei die kritische Größe, bei der das System den Strukturübergang „Ruhelage → Grenzyklus“ vollzieht. (Derartige Strukturänderungen findet man auch in anderen Bereichen der Mechanik. (RODEWALD 1983)).

Zur experimentellen Überprüfung obiger Überlegungen haben wir das Spielzeug unter Verwendung

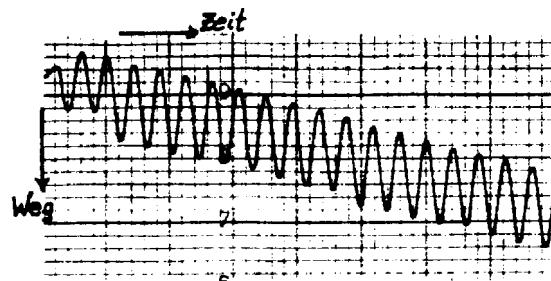


Abb. 6: Weg-Zeit-Diagramm im Laborsystem

einfachen Stativmaterials in vergrößertem Maßstab nachgebaut, und mit Hilfe eines Infrarot/Ultraschall-Gerätes der Fa. Conatex (CO 5002) wurde das Weg-Zeit-Diagramm des Schwingers aufgezeichnet (Abb. 6), welches die stabile, regelmäßige Struktur des Bewegungsablaufes bestätigt.

Literatur:

1. O.E. Berge: Spielzeug im Physikunterricht. Heidelberg: Quelle & Meyer 1982
2. B. Rodewald: Phasenübergangsähnliche Phänomene in der Mechanik – ein Gegenstand zur Einführung synergetischer Grundbegriffe im Schulunterricht. Praxis der Naturwissenschaften-Physik 2 (1983)