

Auf der Grenze liegen immer die seltsamsten Geschöpfe¹

Nichtlineare Systeme aus der Perspektive ihrer fraktalen Grenzen

H. Joachim Schlichting . Universität GH Essen

*Schließlich besteht ja jedes Ding nur durch seine
Grenzen
und damit durch einen gewissermaßen feindseligen
Akt gegen seine Umgebung.*

ROBERT MUSIL

*Alles was zählte, spielte sich
auf der sich auflösenden Linie
zwischen Land und Wasser ab
mit der Folge einer bis an die Grenzen
des Faßlichen schwellenden wirklichen Länge.*

VOLKER ERBES

Dissipative Systeme halten mit Hilfe ihrer Grenzen eine spezifische Differenz zur Umgebung aufrecht.. Das gelingt ihnen durch Dissipation von Energie aufgrund eines Energie- und Stoffaustausches durch die Grenzen hindurch. Für zahlreiche Systeme kommt es darauf an, dass die Grenze mit der Umgebung (bzw. einem anderen System) möglichst groß ist, so dass im Idealfall jeder Punkt des Systems an der Grenze liegt. Dadurch ergeben sich fraktale Strukturen, bei denen sich die Morphologie der Grenzen und die Stoffwechselfvorgänge in gewisser Weise gegenseitig bestimmen..

Grenzüberschreitungen

Grenzen spielen in der aktuellen Physik eine große Rolle. Sowohl auf der Objektebene der Forschungsaktivitäten als auch auf der Metaebene der wissenschaftstheoretischen Reflexion lassen sich zahlreiche Phänomene als Probleme des Grenzübergangs in der einen oder anderen Weise beschreiben. Einerseits sind nach einer längeren "Inkubationszeit"³ unter so ausdrucksstarken Begriffen wie Selbstorganisation, Chaosphysik und fraktale Geometrie nichtlineare Vorgänge virulent geworden, bei denen Grenzen zwischen verschiedenen Systemen aber auch zwischen definierten Verhaltensweisen ein und desselben Systems von großem Interesse sind. Zum anderen geraten - eng damit zusammenhängend - durch die Überschreitung der relativ gesicherten Grenzen linearer Zusammenhänge Probleme in den Blick, die zu einer

Thematisierung dieser bereits als Paradigmawechsel im Sinne T.S. KUHNs apostrophierten Aktivitäten führen. Dabei werden Fragen wie die folgenden diskutiert:

- Kann angesichts der mit der nichtlinearen Physik verbundenen Einschränkungen der Vorhersagemöglichkeiten noch mit gutem Gewissen von Physik im strengen Sinne die Rede sein?

- Vertragen sich die qualitativen, teilweise rein geometrischen Aussagen mit den

Ansprüchen einer exakten Wissenschaft?

- Aber auch die im Verlauf der Wissenschaftsgeschichte immer wiederkehrende Frage nach der Zuverlässigkeit der Grenzverschiebungen der Physik in den Bereich des Lebendigen erlangen erneute Aktualität.

Die Schulphysik bleibt nicht unberührt von solchen Fragestellungen, zumal Ergebnisse, Methoden und teilweise abenteuerliche Übertragungen der in mancher Hinsicht griffigen und spektakulären Erkenntnisse auf andere Lebensbereiche in den Massenmedien in bisher nicht gekanntem Ausmaß diskutiert und verbreitet werden.

Davon abgesehen trifft diese Entwicklung mit einer Situation in der Schule zusammen, in der durch die erschreckende Unbeliebtheit und Wirkungslosigkeit des Physikunterrichts über neue Wege nachgedacht wird. Dabei tritt die reine Rechenphysik zunehmend zugunsten einer mehr an qualitativen Erkenntnissen orientierten von ursprünglichem Verstehen begleiteten Physik in den Hintergrund. Neue Grenzüberschreitungen in Form von fächerübergreifenden Unterricht werden diskutiert.

Nicht zuletzt aufgrund äußerer Indikatoren wie der zunehmenden Umweltprobleme in der wissenschaftlich technischen und natürlichen Umwelt hat sich die Aufmerksamkeit nicht nur der Physik von - in ihren Verhaltensmöglichkeiten - einfachen linearen zu komplexen, nichtlinearen Systemen verschoben. Geleitet durch die Erkenntnis, dass in den meisten Fällen eine noch so exakte Beschreibung

¹ Erschienen in: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 47/8, 451 (1994)

der meist unter sehr speziellen Bedingungen untersuchten Teilsysteme für das Verständnis des Verhaltens des Gesamtsystems nicht ausreicht, ja in vielen Fällen gerade die interessantesten Aspekte unterdrückt, befasst sich die Forschung verstärkt mit der Frage, wie nichtlineare Systeme und deren Verhaltensweisen physikalisch zugänglich gemacht und beschrieben werden können. Dabei ist u.a. deutlich geworden, dass Systemgrenzen als Bedingung der Möglichkeit der Entstehung der Systeme aber auch ihrer Aufrechterhaltung und Stabilisierung sowie ihrer evolutionären Veränderungen von besonderer Bedeutung sind.

Im folgenden werden einige dieser Grenzasperte diskutiert. Ausgehend von der allgemeinen Bedeutung von Grenzen für die Konstituierung von Systemen, gehen wir insbesondere von der Frage aus, inwieweit die Idee der fraktalen Grenze zu einem tieferen Verständnis von Vorgängen führt, die im Rahmen klassischen Vorstellungen nur unzureichend beschrieben werden können. Dies wird an Hand konkreter Beispiele aus dem Bereich des Stoffwechsels der Lebewesen als einem typischen Grenzprozess illustriert.

Zwischen Text und Kontext: Grenzphänomene

Das ist eine wichtige Entdeckung,, dass nicht der Text, sondern der Kontext Sinn gibt.

VILEM FLUSSER

Um die Allgemeinheit der Aussagen über Systemgrenzen zu unterstreichen, betrachten wir zunächst Bilder oder Texte als Systeme, die durch spezifi-



Abb. 2: Schwarze Struktur vor weißem Hintergrund oder umgekehrt mit vorerst nicht festgelegter Bedeutung.

sche Grenzen aus der Umgebung, dem Hintergrund oder dem Kontext hervorgehoben werden.

Bereits wenige schwarze Striche oder Flecken auf

weißem Papier lassen Bilder entstehen. Durch Bleistift- oder Pinselstriche grenzt ein Künstler Strukturen aus dem nichtssagenden Hintergrund des weißen Papiers aus (Abb. 1). So nichtssagend der Hintergrund auch erscheinen mag, für das System ist er konstitutiv. Hintergrund und Bild, Text und Kontext, allgemein: System und Umgebung bedingen sich gegenseitig.

Insofern beschränken sich Grenzen nicht darauf, etwas zu begrenzen bzw. von der Umgebung abzutrennen, sondern setzen darüber hinaus System und Umgebung in Beziehung zueinander. Durch die wechselseitige visuelle Überschreitung der Grenze



Abb. 1: Je nach Sehweise vertauschen Hintergrund und Bild [2]



Abb. 3: Ausschnitt aus „La Gerbe“ von Henri Matisse

wird Bedeutung aufgebaut und bewirkt, die abgegrenzte Struktur als Etwas nicht notwendig Bestimmtes aufzufassen. Der in Abbildung 1 darge-

stellten Struktur wird wohl jeder ohne weiteres eine andere Bedeutung unterlegen. Erst wenn man das Bild um 90 Grad im Gegenuhrzeigersinn dreht, wird eine ganz bestimmte Bedeutung nahegelegt, die, hat man sie erst einmal gewonnen, auch ohne Drehung relativ stabil bleibt.

Es gibt aber auch instabile Strukturen, die in den Augen des Betrachters zwischen zwei bestimmten Bedeutungen oszillieren, wobei jeweils die Rolle von System und Umgebung wechselt (Abb. 2). Angesichts dieses Wechsels kann zur gleichen Zeit aber stets nur eine Ansicht aktualisiert werden. Dadurch wird die Komplementarität von System und Umgebung, Struktur und Hintergrund oder Text und Kontext zum Ausdruck gebracht: Ohne Hintergrund kein Bild, ohne Bild kein Hintergrund. LUDWIG WITTGENSTEIN wählt ein Beispiel aus dem Bereich des menschlichen Empfindens, um diesen Sachverhalt zu illustrieren: "Könnte Einer eine Sekunde lang innige Liebe oder Hoffnung empfinden, - was immer dieser Sekunde vorausging oder ihr folgt? - Was jetzt geschieht, hat Bedeutung - in dieser Umgebung. Die Umgebung gibt ihm die Wichtigkeit. Und das Wort "hoffen" bezieht sich auf ein Phänomen des menschlichen Lebens. (Ein lächelnder Mund lächelt nur in einem menschlichen Gesicht)" [1]. PAUL VALÉRY zufolge besteht "der Irrtum, von dem die Philosophie (und ich möchte hinzufügen: mutatis mutandis auch die Physik, HJS) zehrt und an dem sie sich mästet, (...) darin, die von den Sätzen abgetrennten Wörter für Sachen zu halten, oder für Gegenstände ihres Nachdenkens, für Probleme oder für Entitäten- während diese Wörter ohne die Sätze doch - unmöglich sind. Denn es ist unmöglich, irgendein Wort ohne einen Satz zu denken, oder ohne eine Anordnung, die wie ein Satz ist. (Dabei wird zugleich klarer, was ein Satz ist)" [4].

Die Trennung einer Struktur aus ihrer Umgebung wäre allenfalls dem immateriellen Grinsen von LEWIS CARROLLs Cheshire - Katze vergleichbar: "Well! I've often seen a cat without a grin," thought Alice; "but a grin without a cat! It's the most curious thing I ever saw in all my life!" [5].

Der visuellen oder gedanklichen Wechselwirkung zwischen Struktur und Hintergrund entspricht in der nichtlinearen Physik der materielle Austausch zwischen System und Umgebung. Erst durch einen solchen "Grenzverkehr" von Energie und Stoff kann das System entstehen und am Leben gehalten werden, eine notwendige Voraussetzung für ein wie auch immer geartetes bedeutungsvolles "Handeln".

In einem allgemeineren Zusammenhang weist PAUL VALÉRY auf diesen Aspekt hin, wenn er an das Beispiel der Leibnizschen Mühle [6] anknüpfend hervorhebt, dass "dieser ganze Organismus (...) ihm nicht einmal etwas von Bewegung (zeigt),

wenn er den Strom der Luft oder des Wassers von ihm abtrennt, der ihn antreibt, zu handeln, um zu mahlen" [4]. Er fügt hinzu, dass ähnlich wie ein auf dem Boden liegender Stein nichts über die Möglichkeit aussagt, dass er fallen kann, dem ruhenden Wasser nicht anzusehen ist, dass es im Fallen die Mühle antreiben und zum Mahlen veranlassen kann. Man muss die Mühle in Aktion erleben, - und das heißt im Austausch mit der Umgebung - um ihre Bedeutung und ihren Sinn erkennen zu können.

Die Flexibilität bzw. Durchlässigkeit der Grenze einerseits und die gegenseitige Konstituierung andererseits ist auch im Alltagsleben von großer Bedeutung. Soziologische Gruppen, wie Familie, Verein, Gemeinde, Staat usw. müssen sich zwar deutlich von ihrer Umgebung unterscheiden, eine allzu starre Abgrenzung vom Rest der Welt kann aber zur Destabilisierung dieser Systeme führen.

Auch Landesgrenzen oder Grenzen einer Insel zwischen Land und Wasser dienen nicht der totalen Abschottung, sondern dem geregelten Austausch. Ohne einen solchen Austausch geriete ein System in totale Isolation, was in der Regel dessen Ende bedeuten würde: Die Fischer müssen zum Fischen hinaus aufs Meer.

Selbst wenn man nur den geometrischen Aspekt einer Landesgrenze betrachtet, so findet man in ihrer Gestalt die durch geologische, politische und andere Vorgänge bestimmte meist wechselvolle Geschichte einbeschrieben. Die "unendliche Geschichte" einer Landesgrenze steht daher vielleicht nicht zufällig am Beginn einer Forschungsrichtung, die sich im weiteren und engeren Sinne mit Grenzfragen befasst. Unter dem Titel: "Wie lang ist die Küste Britanniens?" nahm sich BENOÎT MANDELBROT der zunächst trivial erscheinenden Problematik der Vermessung einer Landesgrenze an. Wie wir an anderer Stelle beschrieben haben [7] landete er in einer logischen Aporie. Das paradoxe Ergebnis lautete: Die Küste Britanniens - und nicht nur diese - ist unendlich lang. Mit anderen Worten : Alle Küsten und Landesgrenzen sind gleich lang.

Wer dem Paradoxen gegenübersteht, setzt sich der Wirklichkeit aus.

Wie so oft in der Geschichte der Wissenschaften erwies sich die Paradoxie auch hier als epistemologisches Warnlicht, dessen Blinken anzeigte, dass die Konstruktion des Konzepts der euklidischen Grenze nicht mehr paßte. "Der Stein des Anstoßes (wurde) zum Eckstein des Neuen" [8]. MANDELBROT erkannte, dass Küsten, Landesgrenzen u.ä. keine Größen im gewohnten Verständnis darstellen. Denn ihr Wert hängt von der zugrundegelegten Genauigkeit bzw. vom Maßstab ab, genauso wie

bei jenen seinerzeit als Monster der Anschauung bezeichneten mathematischen Konstrukten, zu denen die von HELGE VON KOCH (1904) entworfene "Schneeflocke" gehört.

Um die Wirklichkeit zu prüfen, hatte MANDELBROT "sie auf dem Seil tanzen lassen". Denn erst "wenn Wahrheiten zu Akrobaten werden, kann man sie beurteilen" (OSCAR WILDE). Das Ergebnis dieser Beurteilung löste eine konzeptuelle Revolu-

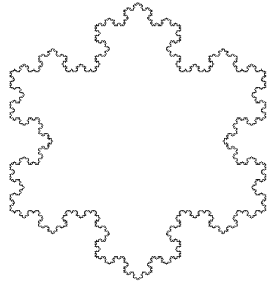


Abb. 4: Kochsche Schneeflocke

tion aus, die zu einer völlig neuen Sehweise führte, in deren Brennpunkt das Konzept des Fraktals steht. Es zeigte sich, dass dazu nicht nur Küsten, Landesgrenzen und Gebilde wie die Kochsche Schneeflocke zählen, sondern Gegenstände aus den verschiedensten Bereichen [9] des Lebens (siehe Abb. 3 und 5).

Zum Begriff des Fraktals

Die Unmöglichkeit, einem Gebilde wie einer Landesgrenze oder einer Kochschen Schneeflocke euklidisch beizukommen, besteht vor allem darin, dass Fraktale gewissermaßen zu viel Struktur besitzen. Das drückt sich unter anderem darin aus, dass man kein gut konvergierendes Maß bei der Messung der Länge, der Oberfläche oder des Volumens eines

fraktalen Gebildes erhält. Diese Begriffe erscheinen daher ungeeignet, dieses Zuviel an Struktur zu beschreiben. Zur Charakterisierung des

Fraktals benutzt man daher die sogenannte fraktale Dimension D . Dabei handelt es sich um eine positive reelle Maßzahl, die i.a. größer ist als die topologische Dimension D_T des Fraktals. D interpoliert gewissermaßen zwischen den topologischen Dimensionen, um -anschaulich gesprochen- zu erfassen, wie dicht das Objekt den metrischen Raum besetzt, in dem es liegt. So gibt die fraktale Dimension beispielsweise im Bereich $1 < D < D_T$ an, wie 'flächenhaft' eine Kurve aussieht. In der Nähe der topologischen Dimension $D_T \approx 1$ besitzt die Kurve kaum Struktur und ähnelt einer Linie. Mit größer werdendem D nimmt die Strukturierung der Kurve zu, so dass eine Approximation durch Streckenzüge immer schwieriger wird. In der Nähe der nächst höheren topologischen Dimension $D_T \approx 2$ füllt die Kurve die Fläche fast vollständig aus (Abb. 6).

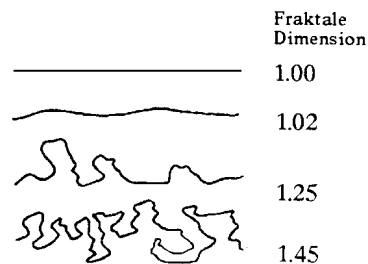


Abb. 5: Kurven zwischen Linie und Fraktal.

Die im Konzept des Fraktals verkörperte Sackgasse der unmittelbaren Anschauung sollte sich als wahrer erweisen als alle Versuche, sie zu umgehen. Wie zu zeigen sein wird, lassen sich mit Hilfe des Fraktals aber nicht nur Probleme der euklidischen

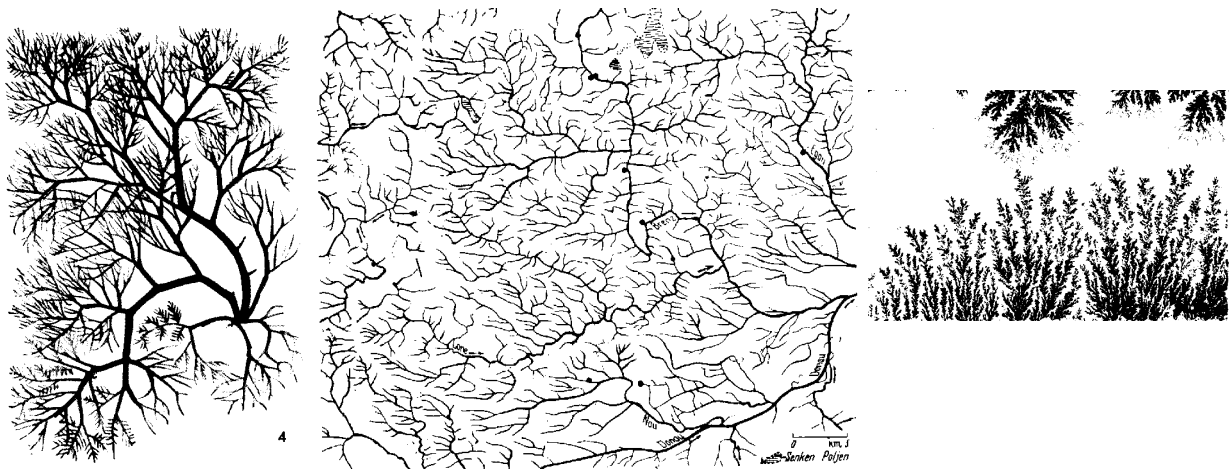


Abb. 6: Natürliches Fraktale: links: Blaualge, Mitte: Einzugsbereich eines Flusses, rechts: dendritische Eisen-Mangan-Ausscheidungen

Perspektive überwinden. Man gelangt darüber hinaus zu einer neuen Anschauung.

Fraktale Dimension als Maß des Musters

Was ist anschaulich unter einem Zuviel an Struktur zu verstehen, wie es beispielsweise die Fraktale aufweisen? Zur Beantwortung dieser Frage betrachten wir die in Abbildung 7 zusammengestellten fraktalen Gebilde. Es handelt sich um sogenannte viskose Verästelungen. Sie entstehen aufgrund einer flächenhafte Durchdringung zweier verschiedener Fluide (Flüssigkeiten und/oder Gase) [10]. Jedes der dargestellten Gebilde ist charakteristisch für ein bestimmtes Fluidpaar.

Obwohl der Zufall bei der Ausbildung der jeweiligen Struktur eine große Rolle spielt, so dass bei verschiedenen Realisierungen viskoser Verästelungen mit denselben Fluiden niemals exakt dieselben Gebilde entstehen, besteht zwischen ihnen eine

Blick zu erfassen, verdanken wir unserem Mustererkennungsvermögen, das wir im Alltag beispielsweise bei der Identifizierung von Bäumen ständig ausnutzen. Die klassische, euklidisch orientierte Physik verfügt über keine Verfahren, dieser Fähigkeit auch nur annähernd zu entsprechen. Die typische Struktur einer Eiche lässt sich weder durch euklidische Formen wie etwa Kugel und Kegel von der einer Buche unterscheiden noch durch die Sisyphusarbeit einer Beschreibung der Längen, Durchmesser und Winkel der einzelnen Äste, Zweige und Blätter des jeweiligen Baumes.

Wie wir am Beispiel des viskosen Verästeln demonstriert haben [10, 11], erlaubt die fraktale Dimension derartige Unterscheidungen. Sie stellt damit eine Art quantitatives Maß für das Gattungsmäßige seiner Struktur dar.

Das Gattungsmäßige eines Fraktals finden wir beim viskosen Verästeln und vielen anderen Fraktalen auch noch in den Untereinheiten der Struktur vor.

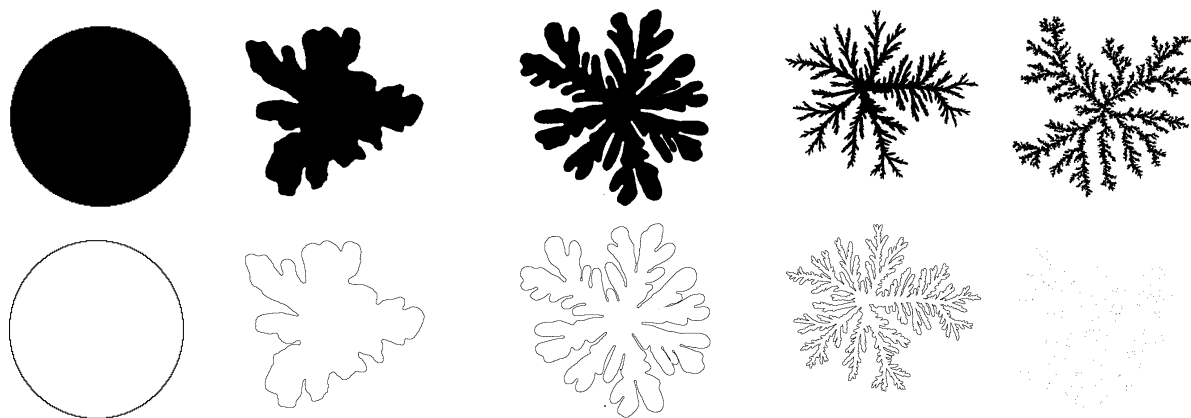


Abb. 8: Hele- Shaw- Fraktale entstehen, wenn man eine viskose Flüssigkeit mit einer weniger viskosen verdrängt; umgekehrt würden kreisförmige Gebilde entstehen (ganz links). Oben sind von links nach rechts verschiedene die folgenden Fraktale dargestellt: Der Idealfall eines Fraktals mit der Massendimension $D_M = 2,0$, Öl- Wasser- Fraktal mit $D_M = 1,9$, Luft- Glycerin- Fraktal mit $D_M = 1,9$, Flüssige Seife—Wasser- Fraktal mit $D_M = 1,72$., die Simulation eines Hele- Shaw- Fraktals mit $D_M = 1,7$. In der unteren Reihe sind die Grenzen (Ränder) dieser Fraktale mit ihren Dimensionen, $D_R = 1; 1,1; 1,2; 1,65$ und $1,7$ dargestellt.

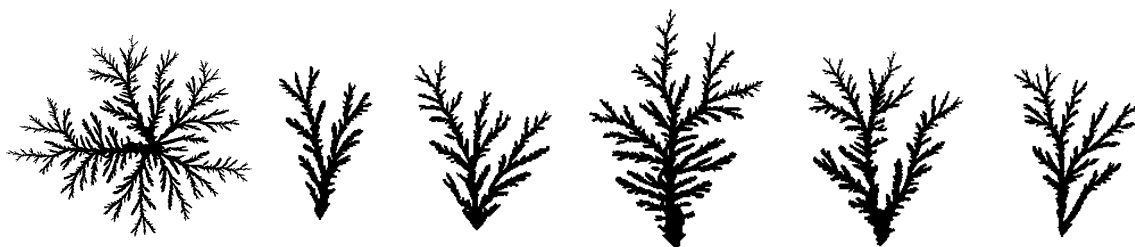


Abb. 7: Aus dem linken Fraktal herausgetrennt Äste und Teil- Äste, die auf dieselbe Größe skaliert werden, sind wegen ihrer Selbstähnlichkeit kaum zu unterscheiden.

große Ähnlichkeit. Man erkennt, welche Gebilde einem bestimmten Fluidpaar, also derselben Gattung angehören. Diese Fähigkeit, komplexe Strukturen gewissermaßen auf einen

Beispielsweise besteht zwischen dem Fraktal und seinen Ästen sowie zwischen den Ästen untereinander eine große Ähnlichkeit. Ja, sogar zwischen den Ästen und ihren Zweigen sowie den Zweigen

von Zweigen setzt sich die Ähnlichkeit durch mehrere Größenordnungen hindurch fort, so dass man bei entsprechender Skalierung der Untereinheiten der Struktur keine Unterscheidungen treffen kann (Abb. 8). Dieser Befund drückt sich quantitativ in derselben fraktalen Dimension aus. Einen ähnlichen Eindruck gewinnt man, wenn man verschiedene Wachstumsstadien eines Fraktals vergleicht, nachdem man sie wiederum auf dieselbe Größe skaliert hat. Durch Vertauschung der Bilder ist dann die Chronologie des Wachstumsvorgangs nicht mehr zu erkennen (Abb. 9).

Diese Selbstähnlichkeit, die bei einem mathematischen Fraktal wie etwa der Kochschen Schneeflocke (Abb. 4) bis zu unendlich kleinen Untereinheiten des Ganzen vorliegt, und außerdem auf einer exakten Strukturidentität beruht, besteht bei realen Fraktalen - wie unseren viskosen Verästelungen - nur bis in eine endliche "Tiefe" hinein und außerdem nur im statistischen Sinne. Das für das Gattungsmäßige einer fraktalen Struktur typische Fehlen eines natürlichen Maßstabes (Skaleninvarianz)

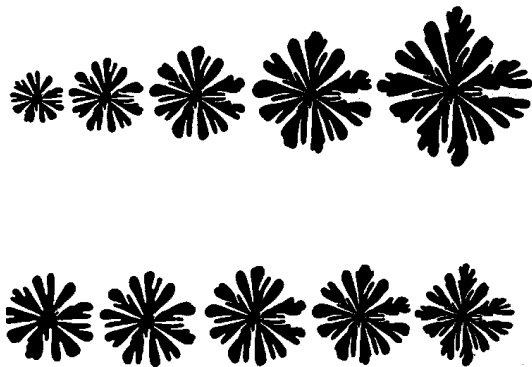


Abb. 9: Verschiedene Entwicklungsstadien eines entstehenden Fraktals (oben). Skaliert man diese Stadien auf dieselbe Größe, so ist wegen der Selbstähnlichkeit die ursprüngliche Reihenfolge nicht mehr zu erkennen (unten).

wird ebenfalls durch die fraktale Dimension erfasst.

Rein qualitativ kann man sagen, dass die fraktale Dimension der Grenze oder des Randes (Randdimension DR in Abb. 7 unten) einer solchen viskosen Verästelung umso größer ist, je filigraner und zerklüfteter sich das Gebilde der viskosen Verästelung darstellt. Die Annäherung des Wertes der fraktalen Dimension an die topologische Dimension einer Fläche vom Werte 2 reflektiert gewissermaßen die Flächenhaftigkeit der Grenze, d.h. die Tatsache, dass die gemeinsame Grenze zwischen den Fluiden dazu tendiert, die gesamte Fläche auszufüllen. Dabei zeigt sich, dass die Flächenhaftigkeit mit der Ähnlichkeit der Viskositäten der Fluide wächst. Von der Randdimension zu unterscheiden ist die

Massendimension, durch die die Belegungsdichte der Fläche durch das Fraktal angegeben wird (Abb. 7 oben).

Zusammenfassend stellen wir fest, dass die fraktale Sehweise den Blick auf das Gattungsmäßige einer Struktur lenkt. Was von JORGE LUIS BORGES in einem

anderen Zusammenhang dargelegt wird, gilt auch hier: "Das Gattungsmäßige kann intensiver sein als das Konkrete". Damit wird vielleicht das naturwissenschaftliche Interesse an Fraktalen auf den Punkt gebracht. Man interessiert sich unter der neuen Perspektive nicht mehr für konkrete Details, sondern bemüht sich, die Gestalt, das Muster, die Form, also das Gattungsmäßige einer Struktur zu bestimmen¹.

Die gemeinsame Grenze dreier "Länder"

Die Bedeutung des Fraktals geht indessen über die Charakterisierung des Gattungsmäßigen einer Struktur hinaus. Durch die fraktale Struktur von Systemgrenzen können pauschale Aussagen über das Systemverhalten gemacht werden.

Um diesen Aspekt des Fraktals zu illustrieren, betrachten wir zunächst Abbildung 10. Sieht man die dort dargestellte Struktur als Ensemble dreier Systeme von unterschiedlicher Farbe an, so wird in Bezug auf die wechselseitige Rolle von Text und Kontext klar, dass sich jedes von ihnen überhaupt erst im Kontext der jeweils andersfarbigen Partner konstituiert. Indem sie sich - obwohl in äußerst komplexer Weise ineinander verwoben - klar voneinander unterscheiden, konstruieren sie sich durch diese Grenzziehung gegenseitig.

Ein besonderer Aspekt ist hier, dass es sich um Dreiländergrenzen handelt. Sie sind so gezogen, dass man an jedem Punkt der Grenze den beiden anderen Ländern beliebig nahe kommt. Auf reale Verhältnisse bezogen offenbart sich hier eine anschauliche Paradoxie. Denn in der Realität gelingt es allenfalls in einem Punkt, drei Länder aneinander grenzen zu lassen. Hier wird das Problem dadurch gelöst, dass jedes Teilstück der Grenze in ein Dreiländereck zerfällt. Dasselbe gilt für jedes Teilstück dieses Teilstücks usw. ad infinitum (Selbstähnlichkeit).

Was hier als mathematische Spielerei erscheint, hat einen durchaus realen Hintergrund. Es stellt auf graphische Weise den Einzugsbereich eines sphärischen Pendels dar, das aus einer an einem Faden aufgehängten Eisenkugel besteht, die sich über drei symmetrisch angeordnete Magneten bewegt. Ein solches Pendel zeichnet sich in seinen Bewegungen durch äußerste Irregularität aus. Da die Bewegungsenergie während des Bewegungsablaufs allmählich dissipiert wird, kommt das Pendel je nach

dem Startpunkt schließlich über einem der drei Magneten definitiv zur Ruhe. Abbildung 10 entsteht dadurch, dass man jeden Startpunkt der Ebene mit der Farbe des Magneten versieht, von dem das Pendel schließlich eingefangen wird. Die so eingefärbte Ebene nennt man Einzugsbereich des Magnetpendels.

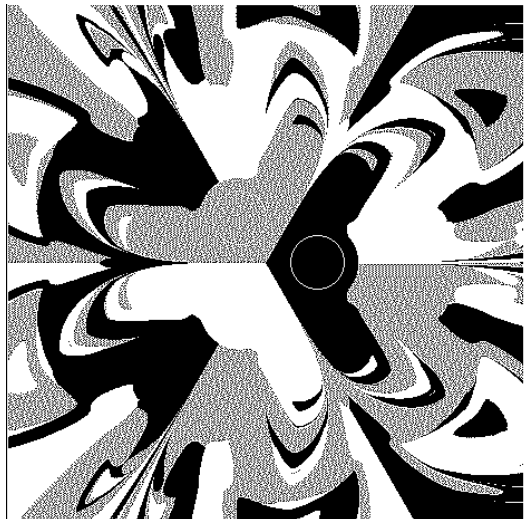


Abb. 10: Drei verschiedenfarbige „Länder“, die durch eine gemeinsame Grenze voneinander getrennt sind.

Welche reale Bedeutung haben die unendlich ineinander geschachtelten Grenzen zwischen den drei Einflussbereichen? Sie drücken die Unmöglichkeit aus, dass das Ziel eines von einer Grenze startenden Pendels niemals vorauszusagen ist. Denn die endliche Genauigkeit realer Starts gerät in Konflikt mit der unendlichen Genauigkeit der jeweiligen "Landeszugehörigkeit". Diese "Zielunsicherheit" der Trajektorien an den Farbgrenzen des Einzugsbereichs ist Ausdruck der Sensitivität des Systemverhaltens.

Es ist symptomatisch für eine ganze Klasse von dynamischen Systemen, die sogenannten chaotischen Systeme, sich zwar deterministisch aber dennoch unvorhersagbar verhalten können [18]. Die deterministischen Reminiszenzen solcher Systeme kommen in der symmetrischen, ästhetisch ansprechenden Struktur des Bildes zum Ausdruck.

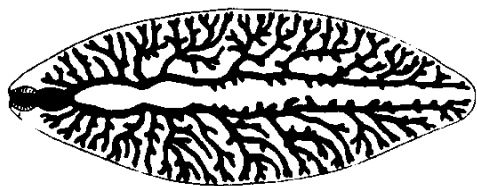


Abb. 11: Längsschnitt durch einen Wurm mit verzweigtem Darm.

Selbst die relativ grobe Realisierung der Grenzen in Abbildung 10, ist noch zu fein, als dass sie durch reale Vorgänge hätten gewonnen werden können. Sie sind das Ergebnis einer Computersimulation der Pendelbewegung¹.

Die physikalische Bedeutung der fraktalen Grenze für das System

Heute fängt unser Empfinden für dynamische Prozesse an, sich auf die instabile Hülle einzustellen, auf die Membran, deren Funktionen uns heute ebenso sehr eine Sache der Durchlässigkeit, der aktiven Transmission und Metamorphose wie der Trennung und der scharf unterschiedenen Identität zu sein scheint.

GEORGE STEINER

Am Beispiel der fraktalen Grenzen des Einzugsbereiches des Magnetpendels ist klargeworden, dass sie über den bloßen Abgrenzungs- und Berandungsscharakter hinausweisen und das Systemverhalten zu einem wesentlichen Grad bestimmen. Diese Eigenschaft kommt ihnen in fast allen realen Systemen zu, insbesondere im Bereich der belebten Natur. Als ein typisches Beispiel betrachten wir die Grenzen von Organismen bzw. Organen von Organismen. Es zeigt sich, dass die Bedingungen und Möglichkeiten des metabolischen Austausches mit der Umgebung weitgehend durch die Systemsgrenzen charakterisiert werden.

Fraktale Überwindung von Versorgungsengpässen

Organismen und deren Organe tauschen Energie und Stoffe mit der Umgebung aus. Die mit dem Stoffwechsel verbundene Energieaufnahme pro Zeiteinheit wird durch die sogenannte Stoffwechselintensität P erfasst. Da die Energieaufnahme dem ganzen Organismus, also dem gesamten Körpervolumen V bzw. der Masse m dient (Unterhaltung, Erneuerung und Wachstum), könnte man naiverweise erwarten, P müsste proportional zur Körpermasse variieren. Dieses kann jedoch deshalb nicht der Fall sein, weil die Volumina der Organe eines Lebewesens einschließlich des gesamten Organismus durch Flächen versorgt und entsorgt werden müssen, die diese Volumina begrenzen.

Grenzen beschränken den Stoffwechsel. Das macht sich u.a. dadurch bemerkbar, dass die Transportgeschwindigkeit der Stoffe und damit der Energie durch die begrenzenden Flächen einen bestimmten Maximalwert nicht überschreiten kann. Daher erscheint es plausibel, dass die Stoffwechselintensität

P proportional zur Grenzfläche und damit proportional zu $m^{2/3}$ variiert.

Dieses aufgrund rein geometrischer Überlegungen gewonnene Ergebnis (Rubnersche Flächenformel) hat zur Konsequenz, dass das jeweilige Organ oder der jeweilige Organismus unter den gegebenen Bedingungen eine bestimmte Maximalgröße nicht überschreiten kann. Dafür spricht, dass die Natur größere Organismen nicht einfach durch eine beliebige Vergrößerung von Einzellern hervorgebracht hat, sondern durch den Zusammenschluß mehrerer einzelner Zellen. Da sowohl große wie kleine Tiere fast gleich große Zellen haben, scheint die Zellgröße ein Optimum hinsichtlich des Stoff- und Energieaustausches mit der Umgebung darzustellen.

Das Prinzip des Mehrzellers ist in der Tat ein genialer "Trick" der Natur, mit der Grenzproblematik des Flächennotstands und dem darauf beruhenden Problem des Größenwachstums fertig zu werden. Beim Übergang vom Ein- zum Mehrzeller wird die geometrische Tatsache



Abb. 12: Tracheen aus dem Darm einer Stabheuschrecke.

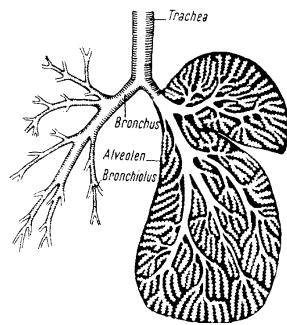


Abb. 13: Schematische Darstellung einer menschlichen Lunge.

geometrische Tatsache ausgenutzt, dass die Oberfläche mehrerer Zellen größer ist als die Oberfläche einer Zelle vom selben Volumen. Legt man der Einfachheit halber Kugelgestalt zugrunde, so rechnet man leicht nach, dass die Oberfläche zweier Zellen 1,26 mal so groß ist wie die Oberfläche einer Zelle vom selben Volumen. Der Stoffwechsel eines Zweizellers kann daher um etwa ein Viertel gesteigert werden. Ent-

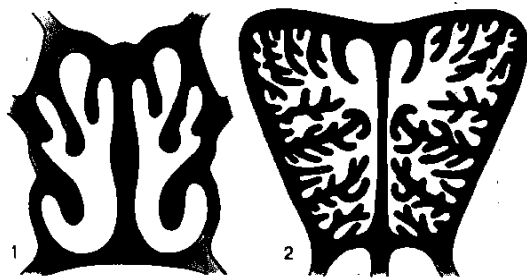


Abb. 14: Querschnitt durch die Nasenhöhle (1) eines Menschen und (2) eines Rehs.

sprechendes gilt für drei und mehr Zellen.

Man kann sich jedoch leicht überlegen, dass das Größenwachstum eines Organismus durch Vergrößerung der Anzahl der Zellen ebenfalls begrenzt ist. Die Zellen behindern sich schließlich gegenseitig bei der Ver- und Entsorgung mit Stoffen bzw. Energie. Bei niederen Tieren, z.B. bei vielen wurmförmigen Organismen, können zwar die leichter beweglichen Gase noch ohne Hilfsvorrichtungen zu den Körperzellen vordringen. Beim Transport der Nährstoffe kommt es aber bereits zu Schwierigkeiten. Ein eigenes Organ in Form eines stark verzweigten Darms wird erforderlich, um die Ver- und Entsorgung der einzelnen Körperzellen mit Nahrungsmitteln sicherzustellen (Abb.11). Aber schon bei den Insekten müssen selbst die Gase durch ein entsprechendes fein verzweigtes System von Röhren, sogenannten Tracheen, an die einzelnen Körperzellen herangeführt werden (Abb. 12).

Da aber die durch die Tracheen künstlich vergrößerte Grenzfläche nur quadratisch, das zu versorgende Volumen gleichzeitig aber kubisch mit der Größe des Tieres wächst, wird auch hier bald eine Grenze erreicht: "Schon in der Größe eines kleinen Säugetiers würde ein Insekt ganz aus Tracheen (d.h. aus Grenzfläche, HJS) bestehen" [12]. Bei noch größeren Tieren als Insekten müssen die Tricks, die Oberflächen- Volumen- Relation zu "überlisten", folglich noch raffinierter sein. Daher besitzen Säugetiere innere Organe, die diesem Ziel dienen.

Ein wichtiges Organ für die Versorgung des Organismus mit Gasen ist die Lunge. Sie kann als ein vielfach verkrumpelter Beutel aus Oberfläche angesehen werden. Hier wird die Grenze gewissermaßen zum Prinzip erhoben, um den Ansprüchen des stark gesteigerten Grenzverkehrs gerecht zu werden. Sie dient dem Zweck, der eingeatmeten Luft genügend Sauerstoff zu entziehen und diesen möglichst großflächig auf den vom Herzen betriebenen Blutkreislauf zu übertragen (Abb. 13). Die Blutgefäße durchziehen ähnlich wie die Tracheen bei den Insekten den Organismus in einem stark verästelten System, um letztlich alle Zellen versorgen zu können.

Neben einem solchen Herz- Lungensystem benötigen die Tiere ein nicht weniger komplexes Verdauungssystem, das dafür sorgt, die Nahrungsmittel so aufzubereiten und zu verteilen, dass sie ebenfalls alle Zellen erreichen können. Infolge der Körpergröße weisen auch viele andere Organe, wie etwa das Lymphsystem, das Nervensystem bis hin zur Nasenhöhle eine mehr oder weniger verästelte Struktur auf (Abb. 14).

So gesehen "sind die höheren Tiere nicht deshalb größer als die niederen, weil sie komplizierter sind.

Sie sind komplizierter, weil sie größer sind." [13]. Die sich daraus ergebende Frage, wieso die Natur offenbar keinen Aufwand scheut, um größere Lebewesen hervorzubringen, kann hier nicht weiter verfolgt werden. Es sei nur auf einen Aspekt hingewiesen: Größere Tiere, insbesondere Warmblüter, haben einen enormen evolutionären Vorteil gegenüber kleinen, weil sie weniger spezialisiert und weniger abhängig von Umwelteinflüssen sind. Dies gilt insbesondere für den Menschen. Seine Größe ist offenbar Voraussetzung für die Ausbildung eines genügend großen Gehirns, wobei wiederum die Größe der Grenzfläche eine entscheidende Rolle spielt. Dasselbe gilt z.B. für einen anderen, für die kulturelle Evolution des Menschen wichtigen Faktor: Eine Flamme kann erst ab einer bestimmten Minimalgröße aufrechterhalten werden kann. Unterhalb dieser Größe sind die die Flamme begrenzende Oberfläche und mit ihr die Wärmeverluste zu groß, so dass die für die Verbrennung nötigen Temperaturen nicht mehr aufrechterhalten werden können. Insofern muss der Benutzer eine bestimmte Körpergröße haben, um mit Feuer umgehen zu können (weitere Ausführungen zum Flächennotstand: z.B. [14]).

Fraktale Grenzen: die Überwindung des Flächenhaften

Die lange Zeit für gültig gehaltene Proportionalität der Stoffwechselintensität P zur Oberfläche der Lebewesen bzw. zu $m^{2/3}$ musste jedoch schließlich fallengelassen werden. Sorgfältige empirische Untersuchungen ergaben, dass P über fast fünf Zehnerpotenzen der Körpermasse, von den größten bis zu den kleinsten Tieren wie $m^{3/4}$ variiert [15]. Außerdem stellte man fest, dass isolierte Körperzellen unabhängig von der Masse des jeweiligen Tieres gleiche Energieumsatzraten besitzen, die Stoffwechselintensität P also maßstabsunabhängig, skaleninvariant ist, ein Befund, der bereits durch die oben genannte Größengleichheit der Zellen nahegelegt wird.

Hatte man für die Flächenabhängigkeit $m^{2/3}$ noch eine plausible Erklärung, so musste man diesen empirischen Sachverhalt zunächst unverstanden akzeptieren. Ein Verständnis scheint sich in jüngster Zeit jedoch im Rahmen der fraktalen Geometrie anzubahnen. Danach gelingt es den für Stoffwechselmechanismen zuständigen Organen wie Lunge, Blutgefäße und Darmsystem in Form des fraktalen Verästeln und Falten, gewissermaßen die für den Stoffwechsel entscheidende Grenze so weit zu steigern, dass das Flächenhafte übertroffen wird ohne jedoch das Volumenhafte zu erreichen [16].

Natürlich kann man von einem realen Organ nicht erwarten, dass es durch eine solche Faltung eine

unendlich große Grenzfläche realisiert. Die Tatsache, dass die menschliche Lunge in einem relativ kleinem Volumen eine Fläche von 100 m^2 und das Darmsystem eine Fläche von 200 m^2 unterbringt¹, kommt diesem Ideal allerdings erstaunlich nahe. Die fraktale Selbstähnlichkeit offenbart sich rein anschaulich dadurch, dass diese Organe durch zahlreiche Vergrößerungen hindurch dieselbe Baumstruktur besitzen: Jede Ader hat wieder Adern, die ihr zur Unterhaltung dienen, und diese kleinen haben wieder andere (G. CHR. LICHTENBERG).

Auf einen anderen Aspekt fraktaler Eigenschaften der Körperorgane weist MANDELBRÖT am Beispiel des Adersystems hin: In fast jedem Punkt des Körpers muss in geringem Abstand sowohl eine Arterie als auch eine Vene anzutreffen sein. Vom Standpunkt des Körpergewebes aus gesehen, muss es sich in jedem Punkt an der Grenze zwischen den beiden Blutgefäßen befinden. Dies stellt - wie wir bereits am Beispiel des Einzugsbereichs des Magnetpendels skizziert haben - vom Euklidischen Standpunkt eine "auserlesene Anomalie" dar: Das Körpergewebe, das einen wesentlichen Teil des Körpervolumens umfasst, muss zum einen topologisch zweidimensional sein, weil es die gemeinsame Grenze zweier topologischer dreidimensionaler Gebilde darstellt. Zum anderen soll es sogar noch ein größeres Volumen besitzen als die Adersysteme, die es begrenzt.

Wie eingangs problematisiert, lassen sich solche Paradoxien der Anschauung erst durch eine neue Sehweise überwinden: "Ein Vorzug des fraktalen Zugangs zur Anatomie besteht darin, dass sich die obigen Forderungen als vollkommen verträglich erweisen" [9]. Damit wird außerdem ausgesagt, dass nicht nur die Organe, sondern auch das Körpergewebe, sozusagen das Fleisch, fraktal ist. Es spricht vieles dafür, dass Lebewesen in vielfacher Weise fraktale Gebilde darstellen. Die Konsequenzen dieser Feststellung sind allerdings noch nicht abzusehen. Die Forschung hat hier erst begonnen.

Fraktale Grenzen sind kritisch

Warum sind natürlich gewachsene Grenzen fraktal? Diese Frage zielt letztlich auf eine theoretische Grundlegung ab, in der die geometrische Form der betrachteten Objekte auf einen Mechanismus zurückgeführt wird, der die Formgebung bewirkt. Eine Antwort auf diese Frage haben wir im Bereich der Lebewesen gegeben: Zur Überwindung der topologischen Grenzen. Eine weitere allgemeinere Antwort zeichnet sich im Zusammenhang mit Forschungsaktivitäten ab, bei denen es insbesondere um den Versuch geht, die Entstehung fraktaler Strukturen zu verstehen und sie unabhängig von den jeweils systembedingten Mechanismen quanti-

tativ zu charakterisieren.

Ausgangspunkt für derartige Untersuchungen ist der Befund, dass sich fraktale Strukturen als außerordentlich robust gegenüber zufallsbedingten äußeren Störungen erweisen, auch wenn sie dabei lokal gesehen ihr Aussehen oft drastisch verändern können. Global gesehen sind sie jedoch als stabil in dem Sinne anzusehen, als sie ihre Struktur mit und fraktale Dimension beibehalten und daher der Ausgangskonstellation ähnlich bleiben. Das heißt aber noch lange nicht, dass die Auswirkungen kleiner Störungen lokal begrenzt bleiben. Im Gegenteil, in zahlreichen Systemen können unscheinbare Ereignisse nach Art einer Kettenreaktion über alle Größenordnungen des Systems hinweg wirksam werden und auf diese Weise nichtlokale Umordnungen auslösen.

Betrachtet man beispielsweise eine felsige Küste als fraktale Grenze zwischen Land und Wasser, so erscheint es plausibel, dass kleinere Veränderungen häufiger vorkommen als größere. In Form von wetter- und wellenbedingten Erosionserscheinungen werden zunächst kleinere Felsbrocken gelöst und schaffen schließlich die Bedingungen dafür, dass auch größere Felsen abbrechen und neue Buchten entstehen lassen. Auch die Tatsache, dass bei den Hele- Shaw- Fraktalen die (längeren) Äste weniger häufig vorkommen als die kürzeren Zweige, erscheint rein topologisch gesehen trivial. Bemerkenswert ist jedoch, dass die Untersuchungen von einfachen Modellen und realen Systemen auf einen quantitativen Zusammenhang hinweisen: Die Häufigkeit von lokal begrenzten kleinen bis hin zu beliebig großen Einflüssen sind gesetzmäßig verteilt und verhalten sich nach einem Potenzgesetz der Form f^{-b} . Dabei kennzeichnet f die wie auch immer zu charakterisierende typische Systemgröße (im obigen Beispiel etwa die Größe der Felsbrocken oder Länge der Zweige), und b ist ein für die jeweilige Systemgattung typischer Exponent. Man spricht auch vom $1/f$ ("eins durch f ")- Verhalten oder Flackerrauschen des Systems. Diese Bezeichnung stammt aus dem Bereich akustischer Signale, bei denen man schon früher die Verteilung der Frequenzen f als Messgröße verwendete. Im Lichte der Fraktale erweist sich das $1/f$ - Rauschen paradigmatisch für eine sehr große Klasse völlig verschiedenartiger Systeme. Nicht nur die Frequenzen einer Beethoven- Symphonie [17], sondern auch die Energieabgabe (nicht zu großer) Erdbeben, die Größe der Buchten einer Küste, die Länge der Äste eines Hele- Shaw- Fraktals, ja sogar die Änderung von Aktienkursen scheinen sich nach einheitlichen Potenzgesetzen zu verteilen.

In jüngster Zeit ist dieses universell sowohl räumlich als auch zeitlich auftretende Verhalten durch die Theorie der sogenannten selbstorganisierten

Kritikalität (SOC) beschrieben worden [18]. Darin wird davon ausgegangen, dass sich die dieses Verhalten zeigenden Systeme in einem Zustand befinden, der insofern dem kritischen Punkt bei Phasenübergängen ähnlich ist, als kleinste Einflüsse alle Größenordnungen des Systems betreffen (Skaleninvarianz). Während man den kritischen Punkt bei Phasenübergängen aber nur durch Veränderung eines Kontrollparameters erreicht, wird im Rahmen der SOC der kritische Punkt ausgehend von einem beliebigen Zustand fernab vom thermischen Gleichgewicht durch Selbstorganisationsvorgänge eingenommen. Der kritische Zustand stellt also eine Art Attraktor des Systemsverhaltens dar.

Um die SOC zu verstehen, betrachten wir ein sehr einfaches Modell, das aber in seiner Einfachheit geeignet erscheint, die wesentlichen Merkmale auf anschauliche Weise darzustellen. Das System besteht aus einem kleinen Sandhaufen mit einer bestimmten Grundfläche. Auf diesen Haufen lässt man nach und nach einzelne Sandkörner fallen und beobachtet, was passiert. Am Anfang bleiben die Körnchen in der Nähe der Stelle liegen, bei der sie auftreffen. Sobald die Steigung an einer bestimmten Stelle zu groß wird, rutschen einzelne Körner den Abhang hinab bis sie in einer Mulde liegen bleiben oder ihrerseits Teilchen, die gerade noch stabil sind, ins Rutschen bringen, die schließlich ebenfalls liegen bleiben oder den Haufen verlassen. So entstehen mehr oder weniger große Lawinen, deren Größe sich einfach durch die Zahl der den Haufen verlassenden Teilchen bemessen lässt. Dieses Verhalten lässt sich auf einfache, auch mit schulischen Mitteln darstellbare Weise simulieren [19].

Die Einregelung des kritischen Gleichgewichtszustandes kann man folgendermaßen erklären: Gerät die Steigung des Haufens unter eine kritische Größe, so treten nur kleine Lawinen auf, weil die rutschenden Teilchen gute Chancen haben, in stabilen Positionen zum Stillstand zu kommen. Auf diese Weise wird schließlich der kritische Zustand erreicht. Sobald er jedoch überschritten wird, finden rutschende Teilchen eher kurz vor dem Abrutschen befindliche Teilchen vor als stabile Mulden mit der Folge, dass in diesem Fall größere Lawinen ausgelöst werden können, die das System zum kritischen Gleichgewicht zurückführen.

Man erkennt, dass die Einregelung ähnlich wie bei einem dissipativen System durch das Gegeneinanderwirken nichtlinearer, sich gegenseitig begrenzender Tendenzen erfolgt [20]. Die Nichtlinearität kann darin gesehen werden, dass die Tendenz liegen zu bleiben "langsamer" wächst als die Tendenz abzurutschen.

Lebewesen als Form gewordener Rhythmus

Das Ruhende geht aus dem Bewegten hervor

Theodor Schwenk

Die frappierende Ähnlichkeit zwischen viskosen Verästelungen und der Form zahlreicher biologischer Systeme legt die Vermutung nahe, dass sich deren Morphogenese ähnlichen Grenzbildungsvorgängen verdanken. Jedenfalls erscheint es plausibel, dass die Details der Morphologie von Organen und Organismen ebenso wenig durch den genetischen Code, wie die Form der viskosen Verästelungen von äußeren Vorschriften festgelegt wird. Vielmehr sind in beiden Fällen Gesetzmäßigkeiten verantwortlich, die der geometrischen Struktur der Welt zugrunde liegen. Man könnte den genetischen Code mit dem Bauplan eines Hauses vergleichen. Die Umsetzung des Plans ist im Plan nicht festgelegt und kann in beiden Fällen nur durch Prozesse erfolgen, die in Einklang stehen mit den geometrischen, physikalischen und chemischen Gesetzen.

Die Idee, dass die Morphogenese in größerem Maße durch selbstorganisierte Strukturbildungsprozesse bestimmt wird, als bislang in den Naturwissenschaften angenommen, ist nicht neu. Bereits in der 1917 von D' ARCY THOMPSON publizierte Arbeit "On Growth and Form" [21] werden geometrischen und hydrodynamischen Gesetzen eine entscheidende "Mitwirkung" bei der Morphologie zuerkannt. THEODOR SCHWENK, der sich in unseren Tagen eher am Rande exakter wissenschaftlicher Aktivitäten mit Strukturbildungsvorgängen in Flüssigkeiten befasst, geht sogar so weit zu fragen, ob nicht das Wasser (allgemeiner könnte man von Flüssigkeiten sprechen) selbst ein Organismus sei: Schaut uns etwa aus dem Wasser schon der dreigliederte Organismus des Menschen selbst an - als ein noch ganz im Funktionellen bleibendes Urbild von Stoffwechsel -, Nerven - Sinnes - und rhythmischer Organisation? [22]. Indem er davon ausgeht, dass jedes Lebewesen aus der Idee seiner Gestalt eine sichtbare Form bildet, hebt er insbesondere hervor, dass biologische Gestaltbildung durch ein flüssiges Stadium hindurchgehen müsse. Manche Lebewesen bleiben nahe diesem flüssigen Zustand stehen, nur wenig verdichtet, andere verlassen die Welt des Wassers, verdichten sich stärker und ordnen sich mehr oder weniger den irdischen Gesetzmäßigkeiten ein. Allen gemeinsam ist, dass sich ihr Durchgang durch das Wässrige in ihren Bildungsformen wieder erkennen lässt [22]

Sollten die oben beschriebenen Organe vielleicht Verkörperungen von Grenzbildungsvorgängen darstellen, wie sie beim viskosen Verästeln auftreten und wie sie in der Ontogenese eines Lebewesens oder der Entstehung eines festen Organs vorausge-

hen? Sind Organe überhaupt fest, so wie beispielsweise ein Stein fest ist? Ähneln sie in ihrem Langzeitverhalten nicht eher insofern dem stationären Zustand einer Flüssigkeit, als sie in einem ständigen Auf- und Abbau begriffen sind? Heute weiß man beispielsweise, dass die Zellen der einzelnen Organe in einem mehr oder weniger kurzen Zeitraum vollständig ersetzt werden, ohne dass es äußerlich zu erkennen wäre. Hier gewinnt die häufig zitierte Äußerung HERAKLITs auch eine empirische Dimension: In die gleichen Ströme steigen wir und steigen wir nicht; wir sind es und sind es nicht.

Vielleicht muss sich die Natur auf diese Weise in einem flüssigen Zustand halten, um sich den äußeren - und das heißt in einem Sinne - die fraktalen Grenzen stets verändernden Bedingungen anpassen zu können. Beispielsweise vergrößert sich ein übermäßig stark belastetes Herz, um den gestiegenen Anforderungen gerecht zu werden. So gesehen kann man das Flüssige auffassen, als das Universelle, das noch nicht festgelegte Element, das aber fähig ist, sich von außen bestimmen zu lassen, als das Unbestimmte, aber Bestimmbare, als das 'sensible Chaos' (NOVALIS) [22].

Aber selbst Gestalten der Natur, die als fest anzusehen sind, wie etwa die Schalen einer Muschel, gehen aus einem verfestigten Flüssigkeitsstadium hervor [23]. Ein solches nicht nur für Muscheln sondern für alle am Rande zuwachsenden Außenskelette (u.a. auch Hörner, Schnäbel, Fingernägel) typisches Wachstum lässt sich auf eindrucksvolle Weise mit Hilfe einer tropfenden Kerze simulieren. Dazu genügt es, eine Kerze in eine Schale mit Wasser zu setzen und durch geeignetes Anschlitzen an der Seite zum Abtropfen zu bringen. Der ausfließende Wachstropfen erstarrt in der gewölbten Gestalt, in der er als flüssiger Tropfen auf dem Wasser auftritt. Das nachfließende Wachs erstarrt erst, wenn es über das bereits gebildete Floß hinwegläuft und an dessen Grenze das Wasser erreicht. Dadurch bildet sich die typische ringförmige Anlagerungsstruktur. Gleichzeitig bleibt ein dünner Wachsfilm auf dem schon gebildeten Wachsfloß haften, wodurch dieses weiter ins Wasser gedrückt wird (Abb. 15). Dies ist möglich, weil die Verbindung zwischen Kerze und Floß aufgrund des Wachses relativ plastisch bleibt. Man kann wohl davon ausgehen, dass die meisten Arten von Skelettbildung auf der Wechselwirkung einer weichen Pneustruktur (z.B. lebendes Gewebe im Organismus entsprechend dem flüssigen Wachs im Modell) und einer harten Phase (Biomaterialisat entsprechend dem erstarrten Wachs) beruhen und im steten Wechsel die gegenseitige Formkontrolle übernehmen [23].

Aber nicht nur das viskose Verästeln legt nahe, davon auszugehen, dass die geometrische und physikalische Beschaffenheit unserer Welt maßgeblich

an der Morphogenese natürlicher Systeme beteiligt ist. Der Computerpionier ALAN TURING hat bereits in den fünfziger Jahren darauf hingewiesen, dass miteinander reagierende chemische Substanzen zahlreiche Musterbildungsvorgänge in der Natur erklären könnten. Er fand rein mathematisch heraus, dass ein homogener Zustand, in dem chemischen Substanzen an allen Stellen mit derselben Konzentration vorhanden sind, instabil wird. Kleinste Störungen müssen sich in dieser Situation verstärken und über das ganze System ausbreiten. Anstatt aber zu einem Flickenteppich statistisch verteilter miteinander reagierender Chemikalien zu führen, entstehen so ästhetisch ansprechende Muster aus Streifen, Flecken, Spiralen usw. Dies weiß man, seitdem es Belousov und Zhabotinskij erstmalig gelang, einen solchen Vorgang in Form einer chemischen Oszillation zu realisieren. Auch die teilweise weitgehende Ähnlichkeit zwischen chemischen Oszillationen und beispielsweise der farblichen Zeichnung von Tieren wirft wie beim viskosen Verästeln die Frage nach Gemeinsamkeiten auf.

Es scheint, dass ein Organismus nicht beliebige Formen annehmen kann. Die im genetischen Code festgelegten Vorschriften für die Morphogenese können nur im Einklang mit den geometrischen, chemischen und physikalischen Gesetzmäßigkeiten umgesetzt werden. Das kann aber in der Regel auf vielfältige Weise geschehen.

Fazit

Der Sitz der Seele ist da, wo sich Innenwelt und Außenwelt berühren.

Wo sie sich durchdringen, ist er in jedem Punkte der Durchdringung.

NOVALIS

Grenzen werden im üblichen Verständnis als Randerscheinungen angesehen, deren Aufgabe darauf beschränkt ist, ein System aus einer nichtssagenden Umgebung hervorzuheben. In dem Maße, wie insbesondere im Rahmen der nichtlinearen Dynamik das Interesse der Physik an offenen dissipativen Systemen zunimmt, wird zum einen klar, dass dissipative Systeme nur aufgrund ihrer Grenzen eine spezifische Differenz zur Umgebung aufrechterhalten und der dissipativen Tendenz ins thermische Gleichgewicht entgegenwirken können. Dies gelingt durch einen spezifischen Energie- und Stoffwechsel durch die Grenzen hindurch.

Bei der Bildung viskoser Verästelungen durchdringen sich die Fluide derart, dass sich eine unter den gegebenen Bedingungen möglichst große gemeinsame Grenze ergibt, durch die im Idealfall jeder Punkt des einen Mediums jedem Punkt des anderen nahe kommt. Ein Stoffwechsel durch die Grenzen hindurch, wie er bei den Organen von Lebewesen

auftritt, wäre daher allein aufgrund der Morphologie einer solchen Struktur optimal zu realisieren. Dies mag auch ein Grund für die große Strukturähnlichkeit (Abb. 16) zwischen viskosen Verästelungen und mancher Organe von Lebewesen sein. Die Entstehung der viskosen Verästelungen als Ergebnis des Transports eines Fluides durch ein anderes hindurch legt nahe, dass auch die Struktur der Organe und das heißt insbesondere ihre Grenzen durch die Stoffwechselfvorgänge mitbestimmt werden, so wie umgekehrt der Stoffwechsel weitgehend durch die Morphologie der Grenzen determiniert wird.

Organe besitzen trotz ihrer festen Konsistenz eine gewisse Fluidität, die es ihnen ermöglicht, sich stets in einem kritischen Zustand zu halten. Dies ist wiederum Voraussetzung dafür, dass äußere Einflüsse (geänderte Umweltbedingungen) sich unter Umständen durch alle Größenordnungen des Systems hindurch bemerkbar machen können.

Es war unsere Absicht, die Bedeutung insbesondere der fraktalen Grenzen für nichtlineare Systeme zu skizzieren. Dabei kam es uns darauf an, auf Zusammenhänge zwischen der Gestalt von Systemgrenzen bzw. allgemeiner der geometrischen Form eines Systems und den Funktionen des Systems hinzuweisen. Ziel der Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der nichtlinearen Dynamik und der Physik der Fraktale dürfte vor allem die Erarbeitung einer "more substantial theoretical base" sein, "in which geometrical form is deduced from the mechanisms that produce it" [24].

Wir gehen davon aus, dass die nichtlineare Physik von großer Bedeutung ist für einen an einem grundsätzlichen Verständnis der natürlichen Umwelt interessierten naturwissenschaftlichen Unterricht. Wir haben zu skizzieren versucht, dass dabei der Zusammenhang zwischen fraktaler Geometrie und nichtlinearer Dynamik eine wichtige

Rolle spielt. Wenn wir dabei mehr Fragen aufgeworfen als beantwortet haben, so hoffen wir doch, durch diese Fragen vielleicht eine neue Sehweise eröffnet oder - wo sie denn schon da war - vertieft zu haben.

Dank gilt meinem Mitarbeiter VOLKHARD NORDMEIER für anregende Diskussionen und für die Überlassung von Abbildungen zum viskosen Verästeln.

Literatur

[1] E. LANNERS: Illusionen. München: Bucher 1973, S. 113

[2] R.N. SHEPARD: Einsichten & Einblicke. Heidelberg: Spektrum 1991, S. 88

- [3] L. WITTGENSTEIN: Philosophische Untersuchungen. Frankfurt: Suhrkamp 1971, S. 242 [4] P. VALÉRY: Cahiers 2. München: Hanser 19, S. 139, 295
- [5] L. CARROLL: Alice in Wonderland. Ware, Hertfordshire: Wordsworth 1992, p.56
- [6] G.W. LEIBNIZ: Monadologie. Stuttgart: Reclam 1954, S.
- [7] H.J. SCHLICHTING: Schöne fraktale Welt. Annäherungen an ein neues Konzept der Naturwissenschaften. MNU 45/4, 202 (1992)
- [8] P. WATZLAWICK: Die erfundene Wirklichkeit. München: Piper 1981, S. 231
- [9] B. MANDELBROT: Die fraktale Geometrie der Natur. Basel etc.: Birkhäuser 1987
- [10] H.J. SCHLICHTING: Fraktales Wachstum am Beispiel der fingerartigen Durchdringung zweier Flüssigkeiten. Physik in der Schule 31/3, 113 (1993)
- [11] V. NORDMEIER, H.J. SCHLICHTING, B. BUTTKUS: Viskoses Verästeln. In: G. Kurz: Didaktik der Physik. Vorträge der Frühjahrstagung der DPG Esslingen 1993
- [12] S.J GOULD: Darwin nach Darwin. Berlin: Ullstein 1984.
- [13] J.B.S. HALDANE: On being on the right size. In: Newman, J.R. (Ed.): The world of Mathematics, Vol. 2: New York: Simon & Schuster 1956.
- [14] H.J. SCHLICHTING, B. RODEWALD: Von großen und kleinen Tieren. Praxis der Naturwissenschaften- Physik 37/5, 2 (1988).
- [15] M. KLEIBER: Der Energiehaushalt von Mensch und Haustier. Hamburg: Parey 1967, S. 160f.
- [16] M. SERNETZ, B. GELLERI, J. HOFFMANN: The Organism as Bioreactor. Interpretation of the Reduction Law of Metabolism in terms of Heterogeneous Catalysis and Fractal Structure. J. Theoretical Biology 117, 209 - 230 (1985).
- [17] A. PIOTROWSKI, V. NORDMEIER, H.J. SCHLICHTING: Musikalisches Rauschen. In: Bruhn, J. (Hrsg.): Didaktik der Physik. Vorträge der Frühjahrstagung der DPG Hamburg 1994.
- [18] P. BAK, CH. TANG, K. WIESENFELD: Self-Organized Criticality: An Explanation of $1/f$ Noise. Phys. Rev. Lett. 59/4,381 (1987).
- [19] G. MANDORF, V. NORDMEIER, H.J.SCHLICHTING: Physik des Sandhaufens. In: Bruhn, J. (Hrsg.): Didaktik der Physik. Vorträge der Frühjahrstagung der DPG Hamburg 1994.
- [20] H.J. SCHLICHTING: Energie, Entropie, Synergie. Ein Zugang zur nichtlinearen Physik. MNU 46/3, 138 (1993).
- [21] D'ARCY THOMPSON: On Growth and form 1917 Deutsche Übersetzung: Über Wachstum und Form. Frankfurt: Suhrkamp 1983
- [22] T. SCHWENK: Das sensible Chaos. Stuttgart: Verlag freies Geistesleben 1984, S.78
- [23] A. SEILACHER, CHR. KLUG: Selbstorganisation bei Kerzenmuscheln. Naturwissenschaftliche Rundschau 46/4, 131 (1993)
- [24] L.P. KADANOF: Physics Today, Febr. 1986, S.6