Erschienen in: Physik in der Schule 31/4, 134 (1993)(168)

Mit Gegenwind gegen den Wind

H. Joachim Schlichting, R. Walter, H. Waßmann Universität Essen

In dem Morast...hätte ich unfehlbar umkommen müssen,
wenn nicht die Stärke meines eigenen Armes mich an
meinem eigenen Haarzopfe, samt dem Pferde, das ich
fest zwischen meine Kniee schloß, wieder herausgezogen hätte.
Münchhausen

Münchhausen was here

Wir kennen den Luftwiderstand von zwei Seiten. Zum einen stellt er ein wesentliches Hindernis der Fortbewegung dar. Bei nicht zu niedrigen Geschwindigkeiten wird der größte Anteil der zur Fortbewegung eines Fahrzeuges nötigen Energie für die Überwindung des Luftwiderstandes aufgewandt. Andererseits muß der Luftwiderstand als notwendige Bedingung der Möglichkeit angesehen werden, bewegte Luft als Energiequelle anzuzapfen. Nur dadurch, dass die Flügel einer Windmühle dem Wind einen möglichst großen Widerstand entgegensetzen, gelingt es, einen möglichst großen Anteil der Windenergie beispielsweise zum Antrieb eines Mahlwerkes nutzbar zu machen.

Daraus ergibt sich die interessante Frage, ob es möglich ist, die Energie, die durch eine windradbetriebene Vorrichtung dem Wind entzogen wird, auch dafür zu nutzen, diese Vorrichtung gegen eben diesen Wind zu bewegen. Mit anderen Worten: Kann sich ein Fahrzeug mit Hilfe des Windes gegen den Wind bewegen?

Wer diese Frage zum ersten Mal hört, mag sich an Münchhausen erinnert fühlen: Sich mit Hilfe des Windes gegen den Wind zu bewegen, erscheint ähnlich möglich oder unmöglich, wie sich selbst am Zopfe aus dem Sumpf zu ziehen. Stellt man sich beispielsweise vor, der Propeller eines Flugzeuges werde wie bei einer Windmühle durch Gegenwind betrieben und diene gleichzeitig dazu, das Flugzeug gegen eben diesen antreibenden Wind zu bewegen, so erscheint dieses Münchhausen- Kunststück als äußerst plumpes Perpetuum mobile.

Man macht sich aber leicht klar, dass ein solches Gegenwind-Flugzeug ebenso wenig gegen den Energiesatz verstoßen würde wie Münchhausen. Verfügte Münchhausen über einen Flaschenzug, der an einem über den Sumpf ragenden Baum festgemacht wäre, so hätte er - rein energetisch gesehen -, keine Schwierigkeiten, sich aus dem Sumpf heraus zu ziehen. Münchhausens Aussage wird allein dadurch zur Lüge, dass er sein Kunststück ohne Baum vollbracht zu haben vorgibt. Ohne ein solches von ihm selbst unabhängiges System fehlt ihm aber gewissermaßen der Archimedische Punkt, mit dessen Hilfe er nicht nur sich selbst aus dem Sumpf sondern laut Archimedes sogar die Welt aus den Angeln hätte heben können, ohne in Widerspruch zur Erfahrung zu geraten. Auch dem Gegenwind-Flugzeug fehlte es an einem solchen Archimedischen Punkt, von dem es sich abdrücken könnte.

Was hier als eklatanter Widerspruch zur Erfahrung erscheint, ist physikalisch gesehen nicht die Verletzung des Energiesatzes, sondern des Impulssatzes. Weder Münchhausen noch die gegen die Flugvorrichtung anströmende Luft können aus sich heraus den für die Bewegungsänderung nötigen Impuls aufbringen. Das wäre nur durch "Export" eines gleich großen entgegengesetzten Impulses, also durch Wechselwirkung mit einem anderen System möglich. Die Situation änderte sich jedoch entscheidend, wenn man die mit einem Windrad versehene Vorrichtung nicht fliegen, sondern fahren ließe. Das heißt konkret: Wenn man die Windmühle auf Räder stellte. Auf diese Weise könnte sich das Fahrzeug durch die Haftreibung der rollenden Räder vom Boden "abdrücken" und die aus dem Gegenwind extrahierte Energie zur Fahrt gegen den Wind ausnutzen. Der dazu nötige Impuls würde dann durch die Wechselwirkung aufgrund der Haftreibung mit der Erde aufgebracht.

Quantitative Skizze

Die grundsätzliche Möglichkeit eines mit dem Wind gegen den Wind fahrenden Fahrzeugs soll im folgenden durch eine quantitative Abschätzung untermauert werden. Dabei werden wir uns der Einfachheit halber auf die spezielle Situation beschränken, dass der Wind direkt von vorn kommt. In diesem Fall genügt es, mit den Beträgen der Vektorgrößen zu rechnen. Bei einem Wind mit der Geschwindigkeit v_w und der Geschwindigkeit des Fahrzeugs gegenüber dem Boden v_F sind die Propeller einem Luftstrom der Geschwindigkeit

$$v = (v_w + v_F)$$

ausgesetzt (Abb.1). Diesem Luftstrom kann gemäß (A2) im günstigsten Fall eine Leistung von

$$P = 1/2\, c \rho A\, v^3 \qquad (1)$$

entzogen werden. Dabei bezeichnet ρ die Dichte der Luft, A die Querschnittsfläche des Propellers, und c ist ein Beiwert, der maximal den Wert c_{max} = 16/27 annehmen kann (A5).

Wenn das Fahrzeug mit der Geschwindigkeit v_F gegen den Wind fährt, muß eine Kraft F_A überwunden werden, die sich aus der Widerstandskraft der Flügel (A1)

$F_{Fl} = 1/2\, c_{Fl}\, \rho\, A\, v^2$,

der Luftwiderstandskraft des übrigen Fahrzeugs (siehe z.B. [1])

$F_F = 1/2\, c_w\, \rho\, A'\, v^2$

und der als unabhängig von der Geschwindigkeit angenommenen Rollreibungskraft

$F_r = f$

zusammensetzt:

$$F_A = F_{Fl} + F_F + F_r. \qquad (2)$$

(Dabei ist c_{Fl} ein Beiwert, der maximal den Wert c_{Flmax} = 9/8 annehmen kann (A3)).

c_w ist ein von der Form des Fahrzeugs abhängiger Beiwert und A' die Querschnittsfläche des Fahrzeugs exklusive der Flügel).

Die mit der Überwindung von F_A verbundene Leistung

$P_A = F_A\, v_F$

kann maximal gleich der Leistung P (Gl. (1)) werden, die der Luftströmung entzogen wird. Im stationären Fall gilt also:

$P_A = P$.

Daraus läßt sich gemäß Gl. (2) die Geschwindigkeit v_{Fmax} abschätzen, die das Fahrzeug maximal erreichen kann:

$$\left(\frac{1}{2} c_{Fl\max} \rho A \left(v_w + v_{F\max}\right)^2 + \frac{1}{2} c_w \rho A' \left(v_w + v_{F\max}\right)^2 + f\right) v_{F\max} = \frac{1}{2} c_{\max} A \rho \left(v_w + v_{F\max}\right)^3 \qquad (3)$$

Leider läßt sich diese Gleichung nicht explizit nach v_{Fmax} auflösen. Vernachlässigen wir jedoch die Rollreibung f und den normalerweise ohnehin verhältnismäßig kleinen Luftwiderstand des restlichen Fahrzeugs ($A' = 0$), so erhält man als grobe obere Abschätzung:

$$v_{Fmax} = 2 v_w. \qquad (4)$$

Im Extremfall kann also betragsmäßig das Doppelte der Windgeschwindigkeit erreicht werden. In Wirklichkeit wird man schon aufgrund der groben Vernachlässigungen in unserer Abschätzung weit darunter liegen.

Dieses Ergebnis, das zunächst insofern merkwürdig erscheinen mag, als die Fahrgeschwindigkeit gegen den Wind im Prinzip größer werden kann als die Windgeschwindigkeit, läßt sich vielleicht durch den folgenden Hinweis veranschaulichen. Die Luft trifft auf den Propeller des gegen den Wind fahrenden Fahrzeugs mit einer Geschwindigkeit auf, die in jedem Fall größer als die Windgeschwindigkeit ist und umso größer wird, je schneller das Fahrzeug sich bewegt. Wir haben es also mit einer Bezugssystemproblematik zu tun: Für den Antrieb ist die Luftströmungsgeschwindigkeit im mitbewegten System ausschlaggebend, während die Windgeschwindigkeit normalerweise aus der Sicht des ruhenden Beobachters beurteilt wird.

Das Problem der Bodenhaftung

Damit ein solches Gefährt wenigstens im Prinzip funktioniert, muß die mit dem Rollen der Räder verbundene Haftreibungskraft $F_H = \mu m g$ die Luftwiderstandskraft F_A gerade kompensieren. (Hier ist μ der sogenannte Haftreibungskoeffizient - eine Größe, die je nach Beschaffenheit des Untergrunds und der Räder des Fahrzeugs einen Wert zwischen Null und Eins annehmen kann - m die Masse des Fahrzeugs und g die Erdbeschleunigung). Das ist natürlich nur bis zu einer bestimmten Grenze, der maximalen Haftreibungskraft, möglich:

$$F_H \geq F_A. \qquad (5)$$

Da der Luftwiderstand mit zunehmender Geschwindigkeit wächst, gibt es eine bestimmte Grenzgeschwindigkeit $v_{max} = v_{wmax} + v_F$, bis zu der ein Fahren gegen den Wind mit Energie, die aus diesem Wind extrahiert wurde, möglich erscheint. Jenseits dieser Grenze würden die Räder beginnen durchzudrehen:
Aus Gleichung (5) ergibt sich:
$m\mu g \geq \frac{1}{2} c_{Fl} \rho A v^2$, daraus folgt:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 m \mu g}{c_{Fl} \rho A}}$$

Bei gegebenem Haftreibungskoeffizienten m ließe sich v_{max} zwar im Prinzip durch eine Erhöhung der Masse m steigern. Andererseits würde aber auch die Rollreibungskraft proportional zur Masse steigen, so dass die Reibungsverluste entsprechend zunähmen. (Die Vernachlässigung der Rollreibung in der obigen Abschätzung wäre dann immer weniger gerechtfertigt). Wenn man jedoch die Wechselwirkung zwischen Fahrzeug und Boden statt durch Haftreibung durch einen Zahnradmechanismus vermittelte, könnte die Geschwindigkeit weiter gesteigert werden. Aber auch hier muß einschränkend darauf hingewiesen werden, dass die Reibung zwischen Zahnrädern nicht unerheblich zu Buche schlagen würde.

Ein funktionstüchtiges Modell

Um die theoretische Modellierung praktisch zu untermauern, haben wir einige Modelle eines Gegenwindfahrzeugs hergestellt. Die einfachste Konstruktion besteht aus einem auf einer drehbaren Achse montierten Propeller, dessen Drehung mit einem Gummiband auf die Achse eines Antriebsrades übertragen wird (Abb. 1). Dieses Fahrzeug läßt sich mit einem Fön oder vorsichtig auf den Propeller gerichtete Preßluft gegen den Luftstrom bewegen. Bei noch sorgfältigerer Übertragung der Propellerdrehung auf das Antriebsrad (Beispielsweise durch Benutzung von Zahnrädern) gelingt es, die Getriebereibung des Fahrzeugs so klein zu halten, dass man es auch durch einfaches Anblasen, auf sich zu rollen lassen kann. Die Grenzen des Gegenwindfahrzeugs machen sich dann bemerkbar, wenn der Luftstrom zu kräftig wird. Dann reicht, wie theoretisch abgeschätzt, die Haftreibung der Räder mit dem Untergrund nicht mehr aus, einen hinreichenden Impuls von der Erde aufzunehmen: Man bläst das Fahrzeug mit durchdrehenden Rädern vor sich her.

Eine einfache Konstruktion, bei der dieses Problem nicht auftaucht, besteht aus einem mit einer Schraubenmutter auf einer Gewindestange gedrehten Propeller. Setzt man den Propeller einem Luftstrom aus, so dreht er sich entlang der Gewindestange in den Luftstrom hinein.

Eine weitere, im Vergleich zum hier dargestellten Modell jedoch weniger gut funktionierende, Variante eines Gegenwindfahrzeugs wurde (wird?) auf dem Spielzeugmarkt vertrieben [2]. Der Antrieb erfolgt dabei über ein um eine senkrechte Achse drehbares Schaufelrad.

Fazit

Es wurde darauf hingewiesen, dass das Münchhausenhafte des Gegenwindfahrzeugs sich nicht auf den energetischen Aspekt des Vorgangs bezieht, sondern auf die Tatsache, dass man unbedingt die Wechselwirkung mit einem dritten Körper, in unserem Beispiel der Erde, benötigt, um sich sozusagen von etwas abstoßen zu können. Fachlich gesehen geht es um die Einhaltung des Impulssatzes.

Wir haben damit ein nicht triviales Beispiel, an dem die Schülerinnen und Schüler erkennen können, dass die Einführung des Impulskonzeptes zusätzlich zu Energie und Kraft nicht unbedingt einem Vollständigkeitsstreben des Physiklehrers entspringen muß, sondern zuweilen unabdingbar ist für das Verständnis von Vorgängen wie dem hier diskutierten Beispiel eines sich gewissermaßen selbst in den Wind hineinbewegenden Fahrzeugs. Ein Propellerflugzeug könnte dies eben nicht leisten, auch wenn aus energetischer Sicht keine Probleme bestünden.

Anhang

Im Folgenden soll in Form einer pauschalen Betrachtung die Herleitung der im Text benutzten Formeln skizziert werden. Dabei soll zunächst der Frage nachgegangen werden: Welche Leistung P kann eine Windmühle maximal aus einer mit der Geschwindigkeit v strömenden Luft aufnehmen?

Die auf die Windmühlenflügel einströmende Luft werde vor den Flügeln gestaut und dabei auf die Geschwindigkeit v_v abgebremst. Dadurch wird ein Luftdruckanstieg vom Atmosphärendruck p_o auf p_v bedingt. Hinter der Mühle findet anschließend ein Druckausgleich von p_h auf p_o statt und damit verbunden eine Geschwindigkeitsabnahme von v_v auf v_h. Geht man nun von der stark vereinfachenden Annahme aus, dass die Luft dabei nicht komprimiert werde und keine Randeffekte auftreten, so gilt nach dem Bernoullischen Prinzip:

$$p_v - p_0 = \frac{1}{2}\rho\left(v^2 - v_v^2\right) \qquad \text{und}$$

$$p_h - p_0 = \frac{1}{2}\rho\left(v_h^2 - v_v^2\right)$$

Daraus folgt durch Subtraktion:

$$p_v - p_h = \frac{1}{2}\rho\left(v^2 - v_h^2\right)$$

Diese Druckänderung hat eine Kraftwirkung vom Betrage

$$F_{Fl} = A\left(p_v - p_h\right) = \frac{1}{2}\rho A\left(v^2 - v_h^2\right) = \frac{1}{2}c_{Fl}\rho A v^2$$

mit

$$c_{Fl} = \left(1 - \frac{v_h^2}{v^2}\right) \qquad \text{(A1)}$$

auf die Flügel der Fläche A zur Folge.

Mit der Kraft F_{Fl} ist andererseits aber eine Impulsänderung verbunden, derart, daß für das Zeitintervall Δt gilt:

$$F_{Fl} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\left(v - v_h\right) = \rho v_v A\left(v - v_h\right)$$

Durch Vergleich der beiden Ausdrücke für die Kraft findet man, dass die Geschwindigkeit in der Flügelebene gleich dem arithmetischen Mittel der Windgeschwindigkeit v (weit) vor der Mühle und v_h

(unmittelbar) hinter der Mühle ist.

Die Windmühle kann also eine Leistung

$P = F_{Fl}v_v = 1/2\ c\rho\ A\ v^3$ (A2)

aufnehmen, wobei

$$c = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{v_h}{v}\right)\left(1 - \frac{v_h^2}{v^2}\right)$$

Der sogenannte Leistungsbeiwert c ist bei gegebenem v eine Funktion von v_h. Er wird extremal, wenn

$$\frac{dc}{dv_h} = 0 .$$

Dies ist der Fall wenn $v_h = \frac{1}{3}v$.

Für die maximale Kraft auf die Flügel ergibt sich dann gemäß Gleichung (A1) mit

$$c_{Fl} = c_{Fl\,\max} = \frac{8}{9} \qquad \text{(A3)}$$

$$F_{Fl} = \frac{8}{9}\rho A v^2 \qquad \text{(A4)}$$

Für die maximale Leistung erhält man gemäß Gleichung (A2) mit

$$c = c_{\max} = \frac{16}{27} = 0{,}59 \qquad \text{(A5)}$$

$$P_{\max} = \frac{8}{27}\rho A v^3$$

Literatur

[1] H. J. Schlichting, U. Backhaus: Physik des Alltags am Beispiel der Energetik des Fahrrads. technic-didact 8/1, 225 (1983).

[2] Firma Wehrfritz. 8634 Rodach bei Coburg.