

## Wie fraktal ist der Mensch?

H. Joachim Schlichting, Volkhard Nordmeier, Beate Butkus Universität GH Essen

*Was das Wirkliche ausmacht ist, daß es immer wieder von einem anderen Gesichtspunkt aus wahrgenommen werden kann*

Paul Valéry

### Ein neuer Blick durch die alten Röhren

Das Geäst eines Baumes, das Einzugsgebiet eines Flusses, die Gestalt eines Blitzes, die Bronchien oder das Adersystem eines Lebewesens zeigen eine große strukturelle Ähnlichkeit. Die naheliegende Frage, ob diese Ähnlichkeit rein zufällig ist oder auf tiefer liegenden morphologischen und funktionellen Gemeinsamkeiten beruht, wird erst in jüngster Zeit im Rahmen der fraktalen Geometrie der Natur [1] gestellt und hat zu Aktivitäten geführt, die in bisher nicht gekannter Weise die Grenzen verschiedener Disziplinen überschreiten.

Nicht nur der Blickwinkel, unter dem auf diese Weise Dinge zusammengebracht werden, die bislang nichts oder nur wenig miteinander zu tun hatten, ist neu. Neu sind auch die Fragestellung und die Methoden, mit denen man diese Systeme angeht. Dabei zeigt sich, daß der "fraktale Blick" in manchen Fällen überhaupt erst so etwas wie ein anschauliches Verständnis von Zusammenhängen ermöglicht, die ohne dies rein empirische Gegebenheiten blieben.

Insbesondere diese Aussage soll im folgenden am Beispiel des tierischen und menschlichen Organismus diskutiert werden. Dabei geht es um Probleme, die sich gewissermaßen aus der Inkommensurabilität unterschiedlicher euklidischer Dimensionen ergeben und die - so scheint es - im Rahmen der fraktalen Geometrie eine Lösung erfahren.

### Der Flächennotstand der Lebewesen

Lebewesen leben in einem ständigen Stoff- und Energieaustausch mit der Umgebung. Dieser ist zum Aufbau des Organismus und zur Aufrechterhaltung des Lebens unabdingbar. Die mit dem Stoffwechsel verbundene Energieaufnahme pro Zeiteinheit wird durch die sogenannte Stoffwechselintensität  $P$  erfaßt. Da die Energieaufnahme dem ganzen Organismus, also dem gesamten Körpervolumen  $V$  bzw. der Masse  $m$  dient, könnte man naiverweise erwarten,  $P$  müßte proportional zur Körpermasse variieren. Wie man sich jedoch leicht

überlegt, kann dieses deshalb nicht der Fall sein, weil die Volumina eines Organismus durch Flächen versorgt und entsorgt werden müssen.

Da die Transportgeschwindigkeit der Stoffe und damit der Energie durch die Flächen einen bestimmten Maximalwert nicht überschreiten kann, stellt die Fläche, die das zu versorgende Volumen umgibt, gewissermaßen einen "Flaschenhals" dar, der durch eine Proportionalität von  $P$  zu  $m^{2/3}$  zu erfassen sein sollte.

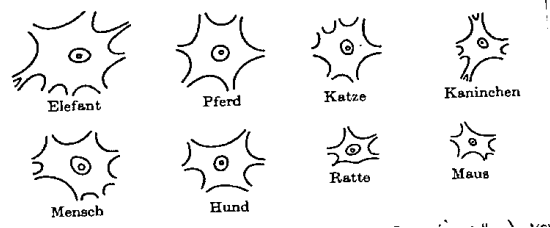


Bild 2: Zellen verschiedener Tiere

Dieses aufgrund rein geometrischer Überlegungen gewonnene Ergebnis (Rubnersche Flächenformel) hat zur Konsequenz, daß der jeweilige Organismus unter gegebenen Bedingungen eine bestimmte Maximalgröße nicht überschreiten kann. Dafür spricht, daß die Natur größere Organismen nicht einfach durch eine beliebige Vergrößerung der Einzeller

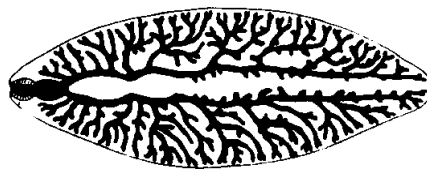


Bild 1: Wurm mit verzweigtem Darm

hervorbringen konnte, sondern durch den Zusammenschluß mehrerer Zellen. Da sowohl große wie kleine Tiere fast gleich große Zellen haben, (Bild 1) scheint die Zellgröße ein Optimum hinsichtlich des Stoff- und Energieaustausches mit der Umgebung darzustellen.

Das Prinzip des Mehrzellers ist in der Tat ein genialer Trick der Natur, mit dem Flächennotstand und dem darauf beruhenden Problem des Größenzuwachstums fertigzuwerden. Beim Übergang vom Ein- zum Mehrzeller wird die geometrische Tatsache ausgenutzt, daß die Oberfläche mehrerer Zellen größer ist als die Oberfläche einer Zelle vom selben Volumen. Legt man Kugelgestalt zugrunde, so rechnet man leicht nach, daß die Oberfläche zweier Zellen 1,26 mal so groß ist wie die Oberfläche einer Zelle vom selben Volumen. Der Stoffwechsel eines Zweizellers kann daher um etwa ein Viertel gesteigert werden. Entsprechendes gilt für drei und mehr Zellen.



Bild 3: Tracheen aus dem Darm der Stabheuschrecke

Man kann sich jedoch überlegen, daß das Größenzuwachstum eines Organismus durch Vergrößerung der Anzahl der Zellen ebenfalls begrenzt ist. Die Zellen behindern sich schließlich gegenseitig bei der Ver- und Entsorgung mit Stoffen. Bei niederen Tieren, wie etwa Würmern, können zwar die leichter beweglichen Gase noch ohne Hilfsvorrichtungen zu den Körperzellen vordringen. Beim Transport der Nährstoffe kommt es aber bereits zu Schwierigkeiten. Ein eigenes Organ in Form eines stark verzweigten Darmsystems wird erforderlich, um die Ver- und Entsorgung der einzelnen Körperzellen mit Nahrungsmitteln sicherzustellen (Bild 2).

Aber schon bei den Insekten müssen selbst die Gase durch ein entsprechendes fein verzweigtes System von Röhren, sogenannten Tracheen, an die einzelnen Körperzellen herangeführt werden (Bild 3).

Da aber die durch die Tracheen künstlich vergrößerte Oberfläche nur quadratisch, das zu versorgende Volumen gleichzeitig aber kubisch mit der Größe des Tieres wächst, wird auch hier bald eine

Grenze erreicht: "Schon in der Größe eines kleinen Säugetiers würde ein Insekt ganz aus Tracheen bestehen" [2]. Bei noch größeren Tieren als Insekten müssen die Tricks, die Oberflächen- Volumen- Relation zu überlisten, folglich noch raffinierter sein. Daher besitzen Säugetiere innere Organe, die diesem Ziel dienen.

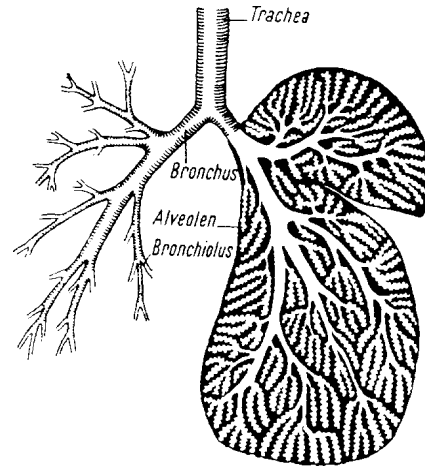


Bild 4: Schematische Darstellung einer menschlichen Lunge

Ein wichtiges Organ für die Versorgung des Organismus mit Gasen ist die Lunge. Sie kann als ein vielfach verkrumpelter Beutel aus Oberfläche angesehen werden, der dem Zweck dient, der eingeatmeten Luft genügend Sauerstoff zu entziehen und diesen möglichst großflächig auf den vom Herzen betriebenen Blutkreislauf zu übertragen (Bild 4). Dieser durchzieht ähnlich wie die Tracheen bei den Insekten den Organismus in einem stark verästelten System, um letztlich alle Zellen versorgen zu können. Ergänzend dazu besitzen die Tiere mit einem

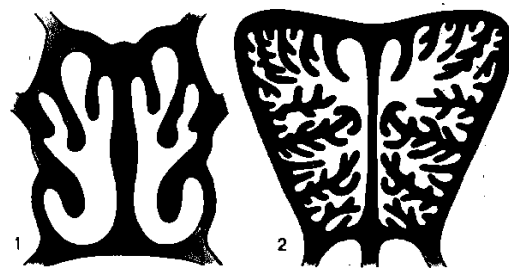


Bild 5: Querschnitt durch die Nasenhöhle (1) eines Menschen und (2) eines Rehs

solchen Herz- Lungensystem ein nicht weniger komplexes Verdauungssystem, das dafür sorgt, die Nahrungsmittel so aufzubereiten und zu verteilen, daß sie ebenfalls alle Zellen erreichen können. Infolge der Körpergröße weisen aber auch viele andere Organe, wie etwa das Lymphsystem, das Nervensystem bis hin zur Nasenhöhle eine mehr oder weni-

ger verästelte Struktur auf (Bild 5).

So gesehen "sind die höheren Tiere nicht deshalb größer als die niederen, weil sie komplizierter sind. Sie sind komplizierter, weil sie größer sind." [4]. Die sich daraus ergebende Frage, wieso die Natur offenbar keinen Aufwand scheut, um größere Lebewesen hervorzubringen kann hier nicht weiter verfolgt werden. Es sei nur auf einen Aspekt hingewiesen: Größere Tiere, insbesondere Warmblüter haben einen enormen evolutionären Vorteil gegenüber kleinen, weil sie weniger spezialisiert und weniger abhängig von Umwelteinflüssen sind. Dies gilt insbesondere für den Menschen. Seine Größe ist offenbar Voraussetzung für die Ausbildung eines genügend großen Gehirns und muß außerdem als ein entscheidender Faktor dafür angesehen werden, daß es ihm gelang, Werkzeuge zu entwickeln und Feuer zu benutzen (weitere Ausführungen zum Flächenotstand siehe z.B. [3]).

### Die Überwindung des Flächenhaften

Die lange Zeit für gültig gehaltene Proportionalität der Stoffwechselintensität  $P$  zur Oberfläche der Lebewesen bzw. zu  $m^{2/3}$  mußte jedoch schließlich fallengelassen werden. Sorgfältige empirische Untersuchungen zeigten, daß  $P$  über fast fünf Zehnerpotenzen, von den größten bis zu den kleinsten Tieren wie  $m^{3/4}$  variiert. Außerdem stellte man fest, daß isolierte Körperzellen unabhängig von der Masse des jeweiligen Tieres gleiche Energieumsatzraten besitzen, die Stoffwechselintensität  $P$  also maßstabsunabhängig, skaleninvariant ist, ein Befund, der bereits durch die oben genannte Größengleichheit der Zellen nahegelegt wurde.

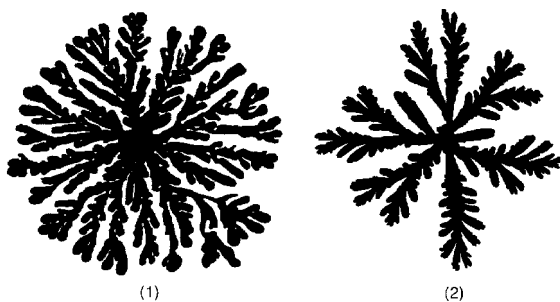


Bild 6: Hele-Shaw-Fraktale: (1) Luft in Glycerin, (2) Wasser in flüssiger Seife

Hatte man für die Flächenabhängigkeit  $m^{2/3}$  noch eine plausible Erklärung, so mußte man diesen empirischen Sachverhalt gewissermaßen unverständlich akzeptieren. Ein Verständnis scheint sich in jüngster Zeit jedoch im Rahmen der fraktalen Geometrie anzubieten. Danach gelingt es den für Stoffwechselmechanismen zuständigen Organen wie Lunge, Blutgefäße und Darmsystem in Form des fraktalen

Verästeln und Falten, gewissermaßen das Flächenhafte zu übertreffen ohne jedoch das Volumenhafte zu erreichen [5].



Bild 7: Zum Vergleich: Ausschnitt aus Bild 2 (a) und Bild 6/1 (b)

Natürlich kann man von einem realen Organ nicht erwarten, daß es durch eine solche Faltung eine unendlich große Fläche realisiert. Die Tatsache, daß die menschliche Lunge in einem relativ kleinem Volumen eine Fläche von 100 m<sup>2</sup> und das Darmsystem eine Fläche von 200 m<sup>2</sup> realisiert, kommt diesem Ideal allerdings erstaunlich nahe. Die fraktale Selbstähnlichkeit offenbart sich rein anschaulich dadurch, daß diese Organe durch zahlreiche Vergrößerungen hindurch dieselbe Baumstruktur besitzen: Jede Ader hat wieder Adern, die ihr zur Unterhaltung dienen, und diese kleinen haben wieder andere (G. Chr. Lichtenberg).

Auf einen anderen Aspekt fraktaler Eigenschaften der Körperorgane weist Benoît Mandelbrot am Beispiel des Adersystems hin: In fast jedem Punkt des Körpers muß in geringem Abstand sowohl eine Arterie als auch eine Vene anzutreffen sein. Vom Standpunkt des Körpergewebes aus gesehen, muß es sich in jedem Punkt an der Grenze zwischen den beiden Blutgefäßen befinden. Dies stellt vom Euklidischen Standpunkt eine "auserlesene Anomalie" dar: Das Körpergewebe, das einen wesentlichen Teil des Körpervolumens umfaßt, muß zum einen topologisch zweidimensional sein, weil es die gemeinsame Grenze zweier topologischer dreidimensionaler Gebilde darstellt. Zum anderen soll es sogar noch ein größeres Volumen besitzen als die Adersysteme, die es begrenzt. "Ein Vorzug des fraktalen Zugangs zur Anatomie besteht darin, daß sich die obigen Forderungen als vollkommen verträglich erweisen" [1].

Damit wird aber außerdem ausgesagt, daß nicht nur die Organe, sondern auch das Körpergewebe, sozusagen das Fleisch, fraktal ist. Es spricht vieles dafür, daß Lebewesen fraktale Gebilde darstellen. Dies gilt insbesondere auch für den Menschen, womit zumindest eine pauschale Antwort auf die eingangs gestellte Frage gegeben wird. Die Konsequenzen dieser Feststellung sind allerdings noch nicht abzusehen. Die Forschung hat hier erst begonnen.

### Fraktale in der Schule

Einen modellmäßigen Zugang zu fraktalen Gebilden kann man sich beispielsweise durch das Phänomen des viskosen Verästeln verschaffen. Im Zweidimensionalen kann dieser Vorgang mit einfachen schulischen Mitteln realisiert werden. Dabei wird auf sichtbare Weise vor Augen geführt, wie sich zwei unterschiedlich viskose Medien gegenseitig durchdringen und fraktale Strukturen ausbilden. Die Durchdringung ist in dem Sinne extremal, daß die Medien sich bei möglichst "langer" Grenze in jedem Punkt nahekomen. Das erinnert stark an die fraktalen Grenzflächen der oben diskutierten Organe. Es spricht vieles dafür, daß insbesondere die morphologischen Ähnlichkeiten zwischen den Hele-Shaw- Gebilden und den Projektionen der Organe von Lebewesen (vergleiche obige Bilder mit Bild 6 und 7) mehr darstellen als eine Laune des Zufalls.

## Literatur

- [1] Mandelbrot, B.: Die fraktale Geometrie der Natur [2] Gould, S.J. Darwin nach Darwin. Berlin: Ullstein 1984.
- [3] Schlichting, H.J., Rodewald, B.: Von großen und kleinen Tieren. Praxis der Naturwissenschaften- Physik 37/5, 2 (1988).
- [4] Haldane, J.B.S.: On being on the right size. In: Newman, J.R. (Ed.): The world of Mathematics, Vol. 2: New York: Simon & Schuster 1956.
- [5] Sernetz, M, Gelleri, B., Hofmann, J.: The Organism as Bioreactor. Interpretation of the Reduction Law of Metabolism in terms of Heterogeneous Catalysis and Fractal Structure. J. Theoretical Biology 117, 209-230 (1985).
- [6] Nordmeier, V., Schlichting, H.J., Buttkus, B.: Viskoses Verästeln. In diesem Band.