Physikalische Anmerkungen zur schwimmenden Kerze

H. J. Schlichting

Auch das kleinste Licht hat ein Atmosphärchen
Marie von Ebner-Eschenbach

Das Phänomen [1])

Als der Lehrer den Schülerinnen und Schülern eine in einem Glasgefäß schwimmende brennende Kerze präsentiert, sind einige von ihnen doch erstaunt. Sie waren der Meinung, daß eine Kerze "schwerer" als Wasser sei. Nun sehen sie, daß die Kerze schwimmt, auch wenn sie dabei nur ein wenig aus dem Wasser herausschaut (Abb. 1). Angesichts dieser Situation äußert ein Schüler die Vorhersage: "Lange brennt die nicht mehr". Er meint, das Wasser würde die Flamme zum Erlöschen bringen, sobald die Kerze bis zum Wasserrand abgebrannt sei. Im anschließenden Unterrichtsgespräch macht man sich jedoch klar, daß die Kerze durch das Abbrennen leichter und daher stets aus dem Wasser herausschauen wird. Wie weit wird sie herausschauen? Ein Schüler meint, immer gleich weit. Eine Schülerin schließt daraus messerscharf: Dann müßte die Kerze schließlich über dem Wasser schweben. Es dauert einige Zeit, bis jeder diese scharfsinnige Schlußfolgerung durchschaut.

Die Tatsache, daß die Kerze in der aufrechten Stellung nicht stabil ist und hier nur durch die gläserne Führung daran gehindert wird, in die "liegende" stabile Lage überzugehen, soll hier nicht thematisiert werden. Sie ist eine eigene Untersuchung wert [1]. Kerzen, die in beliebigen Gefäßen brennenderweise schwimmen sollen, müssen daher kurz und dick sein. Teelichter sind beispielsweise ideale Schwimmkerzen.

Wie weit schaut die Kerze aus dem Wasser?

Um diese Frage zu beantworten, muß erst einmal begründet werden, daß eine Kerze überhaupt aus dem Wasser herausschaut. Kerze und Wasser unterliegen der Schwerkraft. Wenn die Kerze ins Wasser eintaucht, muß sie ihrem eintauchenden Volumen entsprechend Wasser verdrängen. Das auf diese Weise angehobene Wasser wirkt seinerseits "verdrängend" auf die Kerze zurück. Die Eintauchtiefe der Kerze ist der Kompromiß zwischen beiden Tendenzen: Die Schwerkraft der Kerze F_k und des verdrängten und dadurch angehobenen Wassers F_W halten sich die Waage *(Archimedisches Prinzip):*

$$F_K = F_W$$

$$m_K\, g = m_W\, g$$

Dabei ist g die Erdbeschleunigung; $m_W = \rho_W V_W$ ist die Masse des durch die Kerze verdrängten Wassers vom Volumen $V_W = Ax$ mit dem Querschnitt A und der Höhe x. $m_K = \rho_K V_K$ ist die Masse der Kerze vom Volumen $V_K = A\,h$ mit dem Querschnitt A und der Höhe h. Durch Einsetzen in obige Formel kann man die Eintauchtiefe bestimmen:

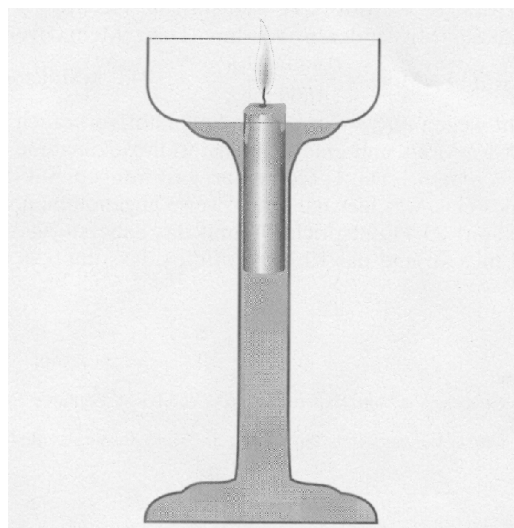

Abb. 1: Die Schwimmkerze taucht nur etwa 12% aus dem Wasser heraus

$x = h\, \rho_K/\rho_W$. Man sieht sofort, daß das Verhältnis $x/h = \rho_K/\rho_W$ konstant ist. Die Kerze wird also, während sie abbrennt, in diesem Verhältnis oberhalb und unterhalb der Wasseroberfläche kürzer.

Umgekehrt gibt x/h den Zahlenwert der Dichte der Kerze an. In unserem Beispiel taucht die Kerze der Länge $h = 13{,}7\,cm$, $x = 12\,cm$ ins Wasser ein; sie besitzt demnach eine Dichte $\rho_K = 0{,}876\ g/cm^3$.

Wie lange schwimmt die Kerze?

Leuchtet unsere Schwimmkerze auch noch nach 5 Stunden? Um diese Frage beantworten zu können,

[1] Die folgenden Ausführungen beziehen sich teilweise auf entsprechende Unterrichtsbeobachtungen in einer 9. Realschulklasse.

muß man wissen, wie schnell sie abbrennt. Geht man davon aus, daß sie gleichmäßig abbrennt, was bei gleichbleibender Flamme stets der Fall ist, so genügt es zu wissen, wieviel Masse die Kerze in einer bestimmten Zeit verliert. Wir lassen die Kerze einige Zeit auf einer empfindlichen Waage brennen und bestimmen den Massenverlust. In unserem Fall wird die Kerze in 117,5 Minuten 10 *g* leichter. Der Massenverlust pro Zeiteinheit beträgt $b = 1{,}4\ mg/s$. Da b konstant ist, gilt dies für beliebige Zeiten t:

$$m(t)/t = b.$$

Setzt man den oben berechneten Wert für m ein, so erhält man $m\ (t) = \rho_K\ A\ h\ (t) = b\ t$. Aufgelöst nach $h(t)$:

$$h\ (t) = b\ t/\rho_K\, A, \text{ mit } A = 3{,}78\ cm^2.$$

Damit läßt sich unsere Frage beantworten. Nach $t = 6\ h = 3600\ s$ ist die Kerze 7,6 *cm* kürzer, also noch 6,1 *cm* lang. Sie ragt demnach noch 0,75 *cm* aus dem Wasser heraus.

Schwimmkerze in Salzwasser

Wie lange die Kerze schwimmt, bis sie völlig abgebrannt ist, kann nicht ohne weiteres berechnet werden. Denn meistens bleibt ein vorher schlecht einzuschätzender Rest Wachs übrig. Ganz abgesehen davon ist im vorliegenden Fall das Problem zu berücksichtigen, daß nach Meinung der Schülerinnen und Schüler der brennende Docht in der Schlußphase z. B. aufgrund eines unregelmäßigen Abbrands Kontakt mit dem Wasser bekommen könnte. In Erinnerung an den Einfluß der Dichte der Flüssigkeit auf die Eintauchtiefe schlägt eine Schülerin vor, die Kerze in Salzwasser schwimmen zu lassen: "Dann guckt sie weiter heraus und brennt länger."

Ihr Vorschlag wird in die Tat umgesetzt. Das Wasser wird durch eine konzentrierte Salzwasserlösung ersetzt. Man kann mit bloßem Auge erkennen, daß das Verhältnis x/h sich zugunsten des aus dem Wasser herausschauenden Teils $h - x$ verändert. x hat sich, wie leicht nachgemessen werden kann, um 0,7 *cm* auf 11,3 *cm* verkürzt. Ein Blick auf die Formel $x/h = \rho_K/\rho_W$ zeigt, daß dies ein direktes Maß für die veränderte Dichte des Wassers ist. Unsere Kerze kann als Dichtemesser angesehen werden. Setzt man die veränderten Werte für x und h ein, so berechnet man für die Dichte des Salzwassers $\rho_{SW} = 1{,}06\ g/cm^3$. Mit anderen Worten 6% der Masse des Salzwassers besteht aus im Wasser gelöstem Salz.

Die bessere Tragfähigkeit von Salz, die hier in Gestalt der auftauchenden Kerze unmittelbar anschaulich wird, kennt man übrigens vom Schwimmen in Salzwasser, das etwa eine Dichte von 1,03 g/cm^3 besitzt. Im Toten Meer enthält das Wasser sogar etwa 30% Salz. Der Mensch kann daher bequem "auf" der Wasseroberfläche liegen. Er taucht nur etwa zu 2/3 ins Wasser ein. Übrigens wird in Dichtemessern, sogenannte Aräometern, tatsächlich die Eintauchtiefe eines Stabes bekannter Dichte ausgenutzt. Wir benutzen unsere Kerze für weitere Dichtemessungen, z. B. von Spiritus, Öl u. ä.

Am Ende "erfriert" die Kerze

Nach diesem Umweg über die Kerze als Dichtemesser kommen wir zur Frage nach der Brenndauer der Kerze zurück. Zunächst wird abgeschätzt, wie lange die Kerze brennen würde, wenn kein Wachs übrig bliebe. Diese maximale Brennzeit t beträgt $t = \rho A\ h/b$, in unserem Fall also 9 Stunden. Solange kann man natürlich nicht warten. Es wird beschlossen, die Kerze in kleinste Scheiben zu zerschneiden und den Brennvorgang auf die interessante Endphase zu beschränken.

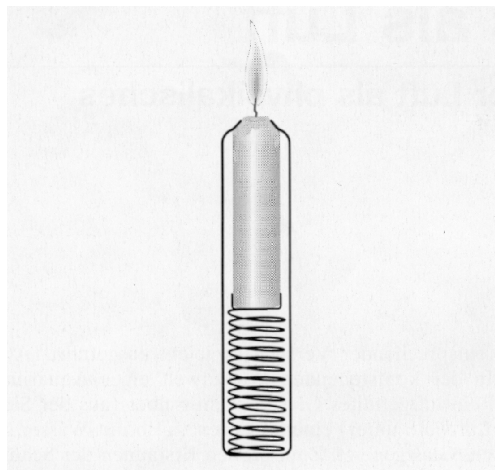

Abb. 2: Höhenregulierung einer Kerze, wie sie in alten Laternen vorkommt

Dabei zeigt sich, daß die Kerze in keinem Fall durch hereinbrechendes Wasser gefährdet ist. Der Docht höhlt die Kerze gleichsam aus. Ursache für diesen unerwarteten Vorgang ist die Tatsache, daß das kalte Wasser durch Wärmeleitung dem Wachs sehr viel Energie entzieht und dadurch ein Abschmelzen der Randschichten der Kerze verhindert. Die Verflüssigung des Wachses ist aber notwendig, damit das Wachs im Docht aufsteigen und verbrannt werden kann.

Das Ende der brennenden Kerze findet ziemlich abrupt statt. Eine Untersuchung des übriggebliebenen schalenförmigen Stummels zeigt warum? Der Boden des Stummels ist hauchdünn. Der in dieser Haut endende Docht ist nur noch durch eine dünne Wachsschicht vom kalten Wasser getrennt. Das Wasser entzog dem Wachs nunmehr auch in unmittelbarer Dochtnähe so viel Wärme, daß die von der Flamme ausgehende Wärme zu einer Verflüssigung des Wachses nicht mehr ausreichte. Die brennende Kerze "erfror" gewissermaßen, so daß der Docht plötzlich im Trockenen stand und ausging.

Wie eine Wägung der übriggebliebenen Wachsmasse ergab, hätte sie nur noch für einige Minuten Brenndauer gereicht, so daß die obige Abschätzung bereits ziemlich gut ist.

Regelmechanismen

Indem die Schwimmkerze während des Abbrennens nach und nach aus dem Wasser auftaucht, bleibt die Flamme in etwa auf derselben Höhe. Während der gesamten Brenndauer von 9 Stunden, in der die Kerze etwa um 13 cm kürzer wird, sinkt die Flamme nur etwa um 1,7 cm. Das Phänomen des Auftriebs sorgt hier also in bestimmtem Umfang auf selbsttätige Weise zur Einregelung der Flammenhöhe.

Als dieser Punkt im Unterricht angesprochen wurde brachten die Schülerinnen und Schüler zwei weitere Beispiele der selbsttätigen Einregelung einer bestimmten Höhe.

In manchen alten Laternen, z. B. zur Beleuchtung einer Kutsche (Abb. 2) kommt es darauf an, die Flamme möglichst auf einer Höhe zu halten. Die Kerze wird dazu gegen den Widerstand einer Schraubenfeder in eine Hülse gedrückt und mit einem Deckel fixiert, der nur die Spitze der Kerze samt Docht hervorschauen läßt. Brennt die Kerze, so wird das Wachs in der Nähe der Flamme weich und wird etwas aus der Hülsenöffnung herausgedrückt. Auf diese Weise wird in dem Maße Wachs nachgeliefert, in dem es verbrennt mit dem erwünschten Effekt, daß die Kerzenflamme immer auf gleicher Höhe bleibt unabhängig von der Länge der Kerze.

Der Wirkung einer Feder verdankt sich auch der zweite hier angesprochene Regelmechanismus. Es handelt sich um Tragvorrichtungen von Tabletts, wie man sie z. B. in Mensen und anderen Großküchenbetrieben findet. Wie groß der Tablettstapel auch sein mag, der sich auf dem Träger befindet. Die Tabletts bleiben in etwa stets auf derselben Höhe, so daß man die Tabletts bequem ablegen oder abnehmen kann. Wenn ein Tablett entfernt wird, werden die restlichen Tabletts um die durch die Entnahme des Tabletts verringerte Höhe angehoben. Umgekehrt sinkt der Stapel entsprechend, wenn ein Tablett hinzugefügt wird. Entsprechendes gilt, wenn man eine beliebige Anzahl von Tabletts auf einmal entnimmt oder hinzufügt.

Die Feder muß also so auf das Tablett abgestimmt sein, daß es sich gerade um soviel ausdehnt oder zusammenzieht, wie der entnommenen oder hinzugefügten Masse entspricht. Die Federkonstante D muß unabhängig von der Höhe des anfliegenden Gegenstandes sein. Sei $m = \rho_T A h$ die Masse der Tabletts mit der Fläche A und der Höhe h. Dann muß die entsprechende Gewichtskraft mg gerade gleich der elastischen Kraft der Feder $D h$ sein:

$$\rho_T A h g = D h.$$

Kürzt man durch h, so sieht man, daß die Federkonstante nur von der Fläche A der Tabletts und dem Material (ρ_T) abhängt.

Literatur

[l] H. Bergold.- Überraschungen mit dem schwimmenden Balken. Physik und Didaktik 3, 175 (1978)