

Übungen zur Vorlesung Stochastische Analysis

Wintersemester 2015/16

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 08

08.12.2015

Aufgabe 1:

4 Punkte

Sei W ein Wienerprozess und $M_t = W_t^2 - t$ gesetzt für $t \geq 0$.

1. Was ist die quadratische Variation von M ?
Benutzen Sie dies zur Berechnung von $\mathbb{E}W_t^4$.
2. Was ist die quadratische Kovariation von M und W .

Aufgabe 2:

4 Punkte

Zeigen Sie die folgende Aussage. Ist M ein stetiges L_2 -Martingal mit unabhängigen Zuwächsen, so ist $\langle M \rangle$ deterministisch.

Geben Sie Beispiele für Martingale mit unabhängigen Zuwächsen.

Aufgabe 3:

4 Punkte

Sei M ein stetiges L_2 -Martingal mit $M1_{(0,t]} \in L_2(\mu_M)$ für alle $t > 0$. Zeigen Sie, dass dann

$$M_t^2 - M_0^2 = 2 \int_{(0,t]} M_s dM_s + \langle M \rangle_t$$

für alle $t \geq 0$ \mathbb{P} -fast sicher gilt.

Aufgabe 4:

4 Punkte

Zeigen Sie, dass die quadratische Kovariation verträglich ist mit Stoppen. Es gilt also

$$\langle M, N \rangle^\tau = \langle M^\tau, N \rangle = \langle M, N^\tau \rangle = \langle M^\tau, N^\tau \rangle$$

für alle stetigen L_2 -Martingale M, N und jede Stoppzeit τ .

Fragestunde: Bei Fragen zur Vorlesung und zu den Aufgaben, können Sie mich am Montag von 13:30-14:30 in meinem Büro erreichen.

Abgabe: Mi. 16.12.2015 bis spätestens 12.00 im Fach 145