Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2014/15

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 8

02.12.2014

Aufgabe 1: Mehrperioden Modell für zwei Aktien

4 Punkte

Sei $Z(n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$, $n = 0, 1, \dots, N$ ein Random Walk mit

$$\mathbb{P}(X_1 = 1) = p = 1 - \mathbb{P}(X_1 = 0).$$

Definiere zu Sprunghöhen $0 < d_1 < u_1, 0 < d_2 < u_2$ und Anfangskursen $S_1(0), S_2(0)$ die Aktienpreisprozesse S_1, S_2 durch

$$S_j(n) = S_j(0)u_j^{Z(n)}d_j^{n-Z(n)}$$

für alle $n = 0, \dots, N, j = 1, 2.$

Wann ist dieses Finanzmarktmodell arbitragfrei?

Aufgabe 2: 4 Punkte

Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen in einem Finanzmarktmodell über N Perioden bei d risikobehafteten Finanzgütern mit Preisprozeß $S = (S_1, \dots, S_d)$.

- 1. Es gibt eine Arbitragemöglichkeit
- 2. Es gibt eine Periode n und einen \mathfrak{F}_{n-1} meßbaren d-dimensonalen Zufallsvektor K derart, dass $< K, \Delta S^*(n) > \ge 0$ und $\mathbb{P}(< K, \Delta S^*(n) > > 0) > 0$.

Die zweite Aussage besagt, dass durch Handeln in der n-ten Periode ein sicherer Gewinn möglich ist.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Wann ist das verallgemeinerte CRR-Modell der Vorlesung arbitragefrei?

Aufgabe 4: Zwei Aktien und ein Geldmarktkonto

4 Punkte

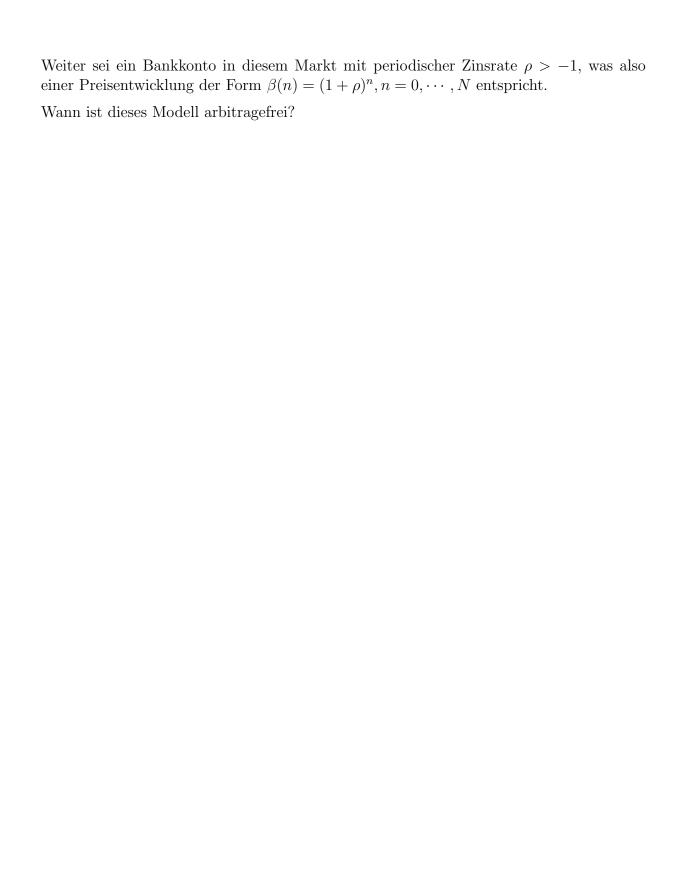
Gegeben seien iid Zufallsvariablen X_1, \cdots, X_N jeweils mit Werten in $\{1,2,3\}$ Definiere die Prozesse Z_1, Z_2, Z_3 durch

$$Z_j(n) = \sum_{i=1}^n 1_{\{X_n = j\}}$$

für alle $n=0,1,\cdots N$ und j=1,2,3. Zu Sprunghöhen u,d_1,d_2 und Anfangskursen $S_1(0),S_2(0)$ definiere die Aktienpreisprozesse S_1,S_2 durch

$$S_1(n) = S_1(0)u^{Z_1(n)+Z_3(n)}d_1^{Z_2(n)}$$
, $S_2(n) = S_2(0)u^{Z_1(n)}d_2^{Z_2(n)+Z_3(n)}$

für alle $n = 0, \dots, N$



Abgabe: bis spätestens Die 09.12.2014 11.00 Uhr im Fach Nr. 143 (Torres) bzw. 144 (Borrink)